

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Выборнов Давид Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 13.09.2022 14:12:39  
Уникальный программный ключ:  
c3b3b9c625f6c113afa2a2c42ba19e05a38b76e

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СЕРВИСА»  
(ФГБОУ ВО «ПВГУС»)

Кафедра «Экономика, организация и коммерческая деятельность»

## **РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине «Экономико-математические методы в коммерческой деятельности»

для студентов специальности  
38.02.04 «Коммерция (по отраслям)»

Тольятти 2018

Рабочая учебная программа по дисциплине «Экономико-математические методы в коммерческой деятельности» включена в основную профессиональную образовательную программу специальности 38.02.04 «Коммерция (по отраслям)» решением Президиума Ученого совета.

Протокол №4 от 28.06.2018г.

Начальник учебно-методического отдела \_\_\_\_\_  Н.М. Шемендюк

28.06.2018

Рабочая учебная программа по дисциплине «Экономико-математические методы в коммерческой деятельности» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 38.02.04 «Коммерция (по отраслям)» утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 15.05.2014 г. № 539


Составили: к.э.н., ст.преподаватель Алябьева Е.М., ассистент Гордеева О.В.

Согласовано Директор научной библиотеки \_\_\_\_\_  В.Н.Еремина

Согласовано Начальник управления информатизации \_\_\_\_\_  В.В.Обухов

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры «Экономика, организация и коммерческая деятельность»

Протокол № 10 от « 20 » апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  д.э.н., профессор Е.В.Башмачникова  
(подпись) (ученая степень, звание, Ф.И.О.)

Согласовано начальник учебно-методического отдела \_\_\_\_\_  Н.М.Шемендюк

## **1.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Экономико-математические методы в коммерческой деятельности», соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

1.1. «Экономико-математические методы в коммерческой деятельности» являются одной из основных дисциплин, обеспечивающих подготовку к профессиональной деятельности и базовой для формирования у студента комплекса знаний и навыков, необходимых для исследования системных связей и закономерностей функционирования и развития объектов и процессов в экономике и обществе, направленного на повышение эффективности коммерческой деятельности.

Цель изучения дисциплины – освоение мощного математического аппарата, обеспечивающего четкую формулировку экономических проблем.

Задачи изучения дисциплины:

- овладение теоретическими знаниями, необходимыми для исследования системных связей и закономерностей функционирования и развития объектов и процессов в коммерческой деятельности;
- овладение современными методами исследования влияния человеческого фактора на функционирование и развитие объектов и процессов в коммерческой деятельности;
- получение представлений о методах повышения эффективности коммерческой деятельности, основанных на теории управления и принятия решений и на математическом программировании.

1.2. В соответствии с видами профессиональной деятельности, на которые ориентирована образовательная программа указанной специальности, содержание дисциплины позволит обучающимся решать следующие профессиональные задачи:

- принятие в практических ситуациях экономических методов, рассчитывать микроэкономические показатели, анализировать их, а также рынки ресурсов;

1.3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

Код компетенции	Наименование компетенции
1	2
ПК-2.3	Применять в практических ситуациях экономические методы, рассчитывать микроэкономические показатели, анализировать их, а также рынки ресурсов

#### 1.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Результаты освоения дисциплины	Технологии формирования компетенции по указанным результатам	Средства и технологии оценки по указанным результатам
<p><b>Знает: ПК-2.3</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы формализации задач коммерции;</li> <li>• методы оценки деятельности и эффективности коммерческой деятельности;</li> <li>• методы анализа и синтеза механизмов функционирования и управления социально-экономическими системами;</li> <li>• экономико-математические методы;</li> <li>• методы получения и обработки информации для задач коммерции;</li> <li>• суть экспертных процедур и процедур прогнозирования;</li> <li>• методы моделирования и использование моделей в исследовании и проектировании коммерческой деятельности;</li> </ul>	<p>Лекции, лекция-дискуссия</p>	<p>Тестирование по теме Экспресс - опрос по теме</p>
<p><b>Умеет: ПК-2.3</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• формализовать задачи коммерческой деятельности;</li> <li>• разрабатывать методы и алгоритмы решения задач коммерческой деятельности;</li> <li>• разрабатывать специальное математическое обеспечение коммерческой деятельности и механизмов принятия решений в коммерческой деятельности;</li> <li>• выбирать средства и рациональные способы автоматизированного решения задач по профессиональным потребностям;</li> <li>•</li> </ul>	<p>Практические (семинарские), лабораторные занятия</p>	<p>Решение задач, выполнение заданий</p>
<p><b>Имеет практический опыт: ПК-2.3</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• разработки методов и алгоритма интеллектуальной поддержки принятия решений в коммерческой деятельности.</li> </ul>	<p>Практические (семинарские), лабораторные занятия</p>	<p>Решение задач, выполнение заданий</p>

#### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к вариативной части цикла ЕН

Ее освоение осуществляется в 4 семестре у очной формы обучения и в 4 семестре у заочной формы обучения\*.

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Код компетенции(й)
	Предшествующие дисциплины	
1	Экономика	ОК 1-8
	Последующие дисциплины	
1	Основы ведения и прогнозирования коммерческой деятельности	ПК 1.8, ПК 2.3

\* Здесь и далее семестры указаны для обучающихся на базе основного общего образования. Для лиц, обучающихся на базе среднего общего образования, семестры соответствуют учебному плану и нормативному сроку обучения, установленному ФГОС.

### 3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

Распределение фонда времени по семестрам и видам занятий

Виды занятий	очная форма обучения	заочная форма обучения
Итого часов	108ч.	108 ч.
Зачетных единиц	-	-
Лекции (час)	18	4
Практические (семинарские) занятия (час)	14	4
Лабораторные работы (час)	14	4
Самостоятельная работа (час)	61	95
Курсовой проект (работа) (+,-)	-	-
Контрольная работа (+,-)	-	-
Экзамен, семестр /час.	4 семестр	4семестр
Зачет (дифференцированный зачет), семестр	-	-
Контрольная работа, семестр	-	-
Консультации	1	1

### 4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в академических часах)	Средства и технологии

		Лекции, час	кие (семинарск ие) занятия,	Лаборатор ные работы, час	Самостоя тельная работа, час	оценки
<b>4 семестр/4 семестр</b>						
1	Тема 1 Понятие об экономико-математических методах Основное содержание: 1. Коммерческая деятельность и математика. 2. Классификация экономико-математических методов.	2/0,5	-	-	12/16	Решение задач, выполнение заданий
2	Тема 2 Графические методы в коммерческой деятельности Основное содержание: 1. Статистический график. 2. Многоугольник конкурентоспособности. 3. Метод профилей. 4. Причинно-следственная диаграмма Исикавы.	2/0,5	2/0,5	2/0,5	10/16	Решение задач, выполнение заданий
3	Тема 3 Метод линейного программирования: понятие, построение модели Основное содержание: 1. Общая задача линейного программирования. 2. Задача оптимального использования ресурсов (оптимального планирования). 3. Задача оптимального распределения заданий по выпуску однородной продукции. 4. Задача оптимального использования мощностей. 5. Задача оптимального раскроя материалов. 6. Задача о смесях (диете). 7. Транспортная задача.	2/0,5	2/0,5	2/0,5	10/16	Решение задач, выполнение заданий
4	Тема 4 Графический метод решения задачи линейного программирования Основное содержание: 1. Понятие и области применения графического метода решения. 2. Алгоритм графического	4/0,5	4/1	4/1	10/16	Решение задач, выполнение заданий

	метода.					
5	Тема 5 Симплекс-метод решения задачи линейного программирования Основное содержание: 1. Понятие и области применения симплексного метода решения. 2. Алгоритм симплексного метода	4/1	4/1	4/1	10/16	Решение задач, выполнение заданий
6	Тема 6 Решение транспортной задачи Основное содержание: 1. Метод «северо-западного» угла. 2. Метод минимального элемента. 3. Метод Фогеля. 4. Метод потенциалов. 5. Решение транспортной задачи открытого типа.	4/1	2/1	2/1	9/15	Решение задач, выполнение заданий
	Промежуточная аттестация по дисциплине	18/4	14/4	14/4	61/95	Экзамен

#### 4.2.Содержание практических (семинарских) занятий

№	Наименование темы практических (семинарских) занятий	Объем часов	Форма проведения
<b>4 семестр/4 семестр</b>			
1	Занятие 1. «Понятие об экономико-математических методах»	-	-
2	Занятие 2. «Графические методы в коммерческой деятельности»	2/0,5	Решение задач, выполнение заданий
3	Занятие 3. «Метод линейного программирования: понятие, построение модели»	2/0,5	Решение задач, выполнение заданий
4	Занятие 4. «Графический метод решения задачи линейного»	4/1	Решение задач, выполнение заданий
5	Занятие 5. «Симплекс-метод решения задачи линейного программирования»	4/1	Решение задач, выполнение заданий
6	Занятие 6. «Решение транспортной задачи»	2/1	Решение задач, выполнение заданий
	<b>Итого</b>	14/4	

#### 4.3.Содержание лабораторных занятий

№	Наименование темы практических (семинарских) занятий	Объем часов	Форма проведения
<b>4 семестр/4 семестр</b>			



1	Занятие 1. «Понятие об экономико-математических методах»	-	-
2	Занятие 2. «Графические методы в коммерческой деятельности»	2/0,5	Решение задач, выполнение заданий
3	Занятие 3. «Метод линейного программирования: понятие, построение модели»	2/0,5	Решение задач, выполнение заданий
4	Занятие 4. «Графический метод решения задачи линейного»	4/1	Решение задач, выполнение заданий
5	Занятие 5. «Симплекс-метод решения задачи линейного программирования»	4/1	Решение задач, выполнение заданий
6	Занятие 6. «Решение транспортной задачи»	2/1	Решение задач, выполнение заданий
	<b>Итого</b>	36/12	

### 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

#### Технологическая карта самостоятельной работы студента

Код реализуемой компетенции	Вид деятельности студентов (задания на самостоятельную работу)	Итоговый продукт самостоятельной работы	Средства и технологии оценки	Объем часов
1	2	3	4	5
1	Изучение и конспектирование дополнительной литературы в соответствии с программой курса	Конспект	Тест	12/16
2	Самостоятельное решение задач по заданию преподавателя	Решение задач	Аналитический отчет	10/16
3	Самостоятельное решение задач по заданию преподавателя	Решение задач	Аналитический отчет	10/16
4	Самостоятельное решение задач по заданию преподавателя	Решение задач	Аналитический отчет	10/16
5	Самостоятельное решение задач по заданию преподавателя	Решение задач	Аналитический отчет	10/16
6	Участие в научных и практических конференциях	Статья	Выступление на конференции	9/15
		<b>Итого</b>		61/95

#### Содержание заданий для самостоятельной работы

**Задание 1.** Предложите альтернативную классификацию экономико-математических методов.

**Задание 2.** Составьте схему, наглядно иллюстрирующую эволюцию развития экономико-математических методов.

**Задача 3.** Сравните три модели стиральных машин, постройте многоугольники

конкурентоспособности.

Показатели	Модель для сравнения		
	LG F10B8ND	Bosch WLG 24160	Samsung WF602B2BKWQ
Цена	от 11 365 до 17 199 р.	от 11 628 до 14 990 р.	от 13 669 до 18 990 р.
Загрузка	6 кг	5 кг	6 кг
Максимальная скорость отжима	1000 об/мин	1200 об/мин	1200 об/мин
Расход воды за цикл	56 л	40 л	40 л
Прямой привод двигателя	+	--	--
Защита от перепадов напряжения	--	+	+
Материал ТЭНа	нержавеющая сталь	нержавеющая сталь	с керамическим покрытием
Количество программ стирки	16	12	16
Таймер отсрочки старта	+	--	--
Система прямого впрыска	--	+	--
Защита от протечек	+	+	+
Класс отжима*	С	В	В
Класс энергопотребления	A++	A	A++
Защита от детей	--	+	+
Дисплей	+	+	+
Уровень шума	72 дБ	70 дБ	73 дБ
Цвет	белый, серебристый	белый	белый
Габариты (ВхШхГ)	85х60х44 см	85х60х40 см	85х60х45 см

\*Класс отжима. Качество работы машинки в режиме отжима. Класс отжима зависит от остаточной влажности белья после окончания программы стирки и обозначается латинской буквой от А до G, где А – илучшая эффективность, В и С – хорошая, D, Е – средняя, F, G – очень слабая. Качество отжима тесно связано с максимальным количеством оборотов барабана в этом режиме. Естественно, машины с лучшим качеством отжима стоят дороже при прочих равных условиях.

**Задача 4.** Сравните три модели смартфонов, постройте многоугольники конкурентоспособности.

Показатели	Модель для сравнения		
	Sony Xperia ZL	Nokia Lumia 1020	Lenovo P780
Цена	от 12 500 до 19 770 р.	от 17 953 до 27 394 р.	от 8 590 до 13 990 р.
Кол-во SIM-карт	1 SIM	1 SIM	2 SIM
Основной дисплей	5 " 1920x1080 пикс 16 млн. цветов	4.5 " 1280x768 пикс 16 млн. цветов	5 " 1280x720 пикс 16 млн. цветов

	Сенсорный экран Емкостный Мультикас	Сенсорный экран Емкостный Мультикас Стекло Gorilla Glass	Сенсорный экран Емкостный Мультикас Стекло Gorilla Glass
Частота процессора	1500 МГц	1500 МГц	1200 МГц
Кол-во ядер процессора	4	2	4
Встроенная память	16 ГБ	32 ГБ	4 ГБ
Камера	13 МПикс	41 МПикс	8 МПикс
Коммуникации	GPRS EDGE Wi-Fi Bluetooth USB хост NFC-чип Поддержка DLNA ИК-порт	GPRS EDGE Wi-Fi Bluetooth USB хост NFC-чип Поддержка DLNA	GPRS EDGE Wi-Fi Bluetooth USB хост
Поддержка ГЛОНАСС	+	+	-
Дополнительно	Шумоподавление Акселерометр Гироскоп Фонарик Датчик приближения Датчик освещения	Шумоподавление Акселерометр Гироскоп Фонарик Датчик приближения Датчик освещения	Шумоподавление Акселерометр  Фонарик Датчик приближения Датчик освещения
Ёмкость аккумулятора	2370 мАч	2000 мАч	4000 мАч
Время в режиме ожидания	500 ч	384 ч	840 ч
Время в режиме разговора	10 ч	19 ч	43 ч
Беспроводная зарядка	-	+	-
Материал	пластик	пластик	металл
Размеры (ВхШхТ)	131.6х69.3х9.8 мм	130.4х71.4х10.4 мм	143х73х10 мм
Вес	151 г	158 г	176 г

**Задание 5.** С помощью метода профилей оцените уровень удовлетворенности потребителей процессом обслуживания на предприятиях.

Результаты потребительской оценки процесса обслуживания (баллы)

Показатели	Этапы процесса обслуживания					
	Вступление в контакт и прием заказа	Оформление заказа	Уточнение и корректировка заказа	Выдача заказа	Завершение контакта	Послепродажное обслуживание

ЗАО «Метран»						
Вежливость	4,002	3,922	3,834	3,848	3,970	3,918
Индивидуальный подход	4,343	4,256	4,162	4,174	4,309	4,252
Исполнительность	3,935	3,856	3,770	3,784	3,904	3,852
Профессионализм	4,218	4,134	4,042	4,055	4,185	4,130
Оперативность	3,867	3,790	3,705	3,719	3,837	3,786
Надежность	4,535	4,444	4,346	4,358	4,500	4,440
ООО «Сервис-плюс»						
Вежливость	3,688	3,773	4,106	4,146	4,107	4,034
Индивидуальный подход	3,929	4,019	4,374	4,402	4,374	4,374
Исполнительность	3,935	3,892	3,784	3,975	3,904	3,862
Профессионализм	3,907	3,997	4,349	4,380	4,350	4,218
Оперативность	3,594	3,677	4,001	4,046	4,002	3,906
Надежность	4,109	4,204	4,574	4,594	4,575	4,503

**Задание 6.** Составьте причинно-следственные диаграммы решения следующих проблем:

- снижение качества выпускаемой продукции;
- опоздание школьника на занятия;
- снижение количества клиентов;
- снижение показателя рентабельности продаж;
- рост расходов на электроэнергию;
- низкая посещаемость занятий студентами;
- снижение быстродействия ПК;
- увядание комнатного растения.

**Задание 7.** На основе данных сайта федеральной государственной статистики <http://www.gks.ru/> постройте диаграммы следующих видов: радиальная, столбиковая, круговая, ленточная, фигурная, гистограмма и полигон. Для построения используйте MS Excel.

**Задача 8.** Сельскохозяйственное предприятие располагает 850 га пашни, 15000 т органических удобрений, 50000 чел./дн. труда. Характеристики затрат ресурсов и выход валового продукта в денежном выражении на 1 га при выращивании трех культур приведено в таблице.

Показатель	Культура		
	Капуста	Картофель	Травы
Затраты труда, чел.-дн.	50	30	10
Затраты органических удобрений, т	20	15	10

Выход валовой продукции, усл. ед.	100	800	200
-----------------------------------	-----	-----	-----

Требуется:

а) составить модель задачи нахождения оптимального плана сочетания посевов культур, максимизирующего валовую продукцию в денежном отношении;

б) найти оптимальный план при условии, что площадь, занимаемая многолетними травами, должна быть не менее 100 га.

**Задача 9.** Нефтеперерабатывающее предприятие использует два технологических процесса приготовления смесей. Технологический процесс 1 характеризуется следующими показателями: из 1 ед. объема сырой нефти  $A$  и 3 ед. объема сырой нефти  $B$  получают 5 ед. объема бензина  $X$  и 2 ед. объема бензина  $Y$ . Технологический процесс 2: из 4 ед. объема сырой нефти  $A$  и 2 ед. объема сырой нефти  $B$  получают 3 ед. объема бензина  $X$  и 8 ед. объема бензина  $Y$ . Запасы сырой нефти составляют 100 ед. объема нефти  $A$  и 150 ед. объема нефти  $B$ . По условию поставки требуется произвести не менее 200 ед. объема бензина  $X$  и 75 ед. бензина  $Y$ . Доходы с 1 ед. объема продукции, полученной с помощью технологических процессов 1 и 2, составляют 15 и 20 ед. соответственно.

Составить экономико-математическую модель нахождения оптимального выпуска продукции.

**Задача 10.** У четырех поставщиков I, II, III и IV есть соответственно 60, 70, 30, 40 ед. однородного груза. Спрос на них потребителей 1, 2 и 3 равняется соответственно 80, 80, 40 ед. Эти данные и стоимость перевозок представлены в таблице:

	80	80	40
60	4	3	5
70	8	7	6
30	4	5	9
40	10	9	7

Составить экономико-математическую модель плана перевозок грузов, чтобы расходы были минимальными.

**Задача 11.** Для нарезки заготовок длиной 20, 25 и 30 см используются прутки длиной 75 см. Требуется за смену нарезать следующее количество заготовок: длиной 20 см – 300 шт., длиной 25 см – 270 шт., длиной 30 см – 350 шт. Из одного прутка можно нарезать заготовки различной длины. Количество заготовок, которые можно нарезать из одного

прутка по различным вариантам разрезки, приведено в таблице. При каждом варианте разрезки будут оставаться концевые остатки, величины которых также приведены в таблице.

Заготовка	Длина заготовки, см	Количество заготовок из 1 прутка						
		1	2	3	4	5	6	7
1	20	3	1	1	0	2	0	2
2	25	0	2	1	0	0	3	1
3	30	0	0	1	2	1	0	0
Концевой остаток, см		15	5	0	15	5	0	10

Определить, какое число прутков необходимо нарезать по различным вариантам, чтобы число заготовок соответствовало заданной программе, и чтобы при этом общая длина всех концевых остатков была минимальной.

**Задача 12.** Предприятию необходимо изготовить два вида продукции  $P_1$  и  $P_2$ , на которые планируется использовать такое количество ресурсов трех типов, приходящихся на единицу продукции: 6, 4, 4 ед. и 6, 2, 8 ед. На изготовление продукции используются ресурсы  $R_1, R_2, R_3$ , запасы которых ограничены и равны соответственно 36, 20 и 40 ед. Прибыль от реализации единицы продукции вида  $P_1$  равняется 12 д.е., а от единицы продукции вида  $P_2$  – 15 д.е. Необходимо составить экономико-математическую модель плана выпуска продукции, чтобы получить наибольшую прибыль.

**Задача 13.** На предприятии используется сталь трех марок:  $A, B, C$ . Запасы их ограничены и составляют соответственно 10, 16 и 12 ед. Предприятие выпускает два вида изделий: I, II. Для изделия I необходимо одну единицу стали всех марок. Для единицы изделия II необходимо 2 постоянные единицы марки  $B$ , 1 единица марки  $C$  и не нужна сталь марки  $A$ . От реализации единицы изделия вида I предприятие получает 3 д.е. прибыли, вида II – 2 д.е. Составить экономико-математическую модель плана выпуска продукции, который должен обеспечить наибольшую прибыль.

**Задача 14.** Предприятие производит пиломатериалы и фанеру, используя для этого еловые и пихтовые лесоматериалы. Для приготовления  $2,5 \text{ м}^3$  пиломатериалов необходимо израсходовать  $2,5 \text{ м}^3$  еловых и  $7,5 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов. Для изготовления  $100 \text{ м}^2$  фанеры требуется  $5 \text{ м}^3$  еловых и  $10 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов. Запасы предприятия составляют  $80 \text{ м}^3$  еловых и  $180 \text{ м}^3$  пихтовых лесоматериалов.

Составить задачу нахождения оптимального плана производства предприятия, если по условиям поставок необходимо произвести не менее  $10 \text{ м}^3$  пиломатериалов и  $1200 \text{ м}^2$  фанеры. Доход с  $1 \text{ м}^3$  пиломатериалов составляет 16 ед., а со  $100 \text{ м}^2$  фанеры – 60 ед.

**Задача 15.** Фирма производит для автомобилей запасные части типа А и В. Фонд рабочего времени составляет 5000 чел.-ч в неделю. Для производства одной детали типа А требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа В — 2 чел.-ч. Производственная мощность позволяет выпускать максимум 2500 деталей типа А и 2000 деталей типа В в неделю. Для производства деталей типа А уходит 2 кг полимерного материала и 5 кг листового материала, а для производства одной детали типа В — 4 кг полимерного материала и 4 кг листового металла. Еженедельные запасы каждого материала — соответственно 10 и 12 т. Общее число производимых деталей в течение одной недели должно составлять не менее 1500 штук. Определите, сколько деталей каждого вида следует производить, чтобы обеспечить максимальный доход от продажи за неделю, если доход от продаж одной детали типа А и В составляет соответственно 110 и 150 руб.

**Задача 16.** Предприятие производит и продает столы и шкафы из древесины хвойных и лиственных пород. Расход каждого вида в кубометрах на каждое изделие задан в таблице. Определите оптимальное количество столов и шкафов, которое следует поставлять на продажу для получения максимального дохода.

	Расход древесины, м <sup>2</sup>		Цена изделия, тыс. руб.
	хвойные	лиственные	
Стол	0,15	0,2	0,8
Шкаф	0,3	0,1	1,5
Запасы древесины, м <sup>2</sup>	80	40	

**Задача 17.** Предприятие решило открыть на основе технологии производства чешского стекла, фарфора и хрусталя линию по изготовлению ваз и графинов и их декорированию. Затраты сырья на производство этой продукции представлены в таблице. Определите оптимальный объем выпуска продукции, обеспечивающий максимальный доход от продаж, если спрос на вазы не превышает 8 шт. в неделю.

Сырье	Расход сырья на производство		Поставки сырья в неделю, кг
	ваза	графин	
Кобальт	20	15	300
Сусальное 24-каратное золото	20	10	250
Оптовая цена, руб./шт.	700	500	

**Задача 18.** Предприятию необходимо изготовить два вида продукции с использованием трех видов ресурсов, количество которых ограничено. Составьте такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимальную прибыль.

Вид ресурсов	Запас ресурсов	Количество ресурсов на изготовление единицы продукции	
		P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>
R <sub>1</sub>	36	6	6
R <sub>2</sub>	20	4	2
R <sub>3</sub>	40	4	8

Прибыль от реализации 1 ед. продукции, д.е.	12	15
---	----	----

**Задача 19.** Малое предприятие арендовало мини-пекарню для производства чебуреков и беляшей. Мощность пекарни позволяет выпускать в день не более 50 кг продукции. Ежедневный спрос на чебуреки не превышает 260 шт., а на беляши — 240 шт. Суточные запасы теста и мяса и расходы на производство каждой единицы продукции приведены в таблице. Определить оптимальный план ежедневного производства чебуреков и беляшей, обеспечивающих максимальную выручку от продажи.

	Расход на производство, кг/шт.		Суточные запасы сырья, кг
	чебурека	беляша	
Мясо	0,035	0,06	21
Тесто	0,065	0,03	2
Цена, руб./шт.	5	4,8	

**Задача 20.** На кондитерскую фабрику г. Покров перед Новым годом поступили заказы на подарочные наборы конфет из магазинов. Возможные варианты наборов, их стоимость и товарные запасы представлены в таблице. Определите оптимальное количество подарочных наборов, обеспечивающее максимальный доход от продажи.

Наименование конфет	Вес конфет в наборе, кг			Запасы конфет, кг
	А	В	С	
«Сникерс»	0,3	0,2	0,4	600
«Марс»	0,2	0,3	0,2	700
«Баунти»	0,2	0,1	0,1	500
Цена, руб.	72	62	76	

**Задача 21.** Предприниматель арендовал технологическую линию деревообрабатывающих станков для изготовления вагонки. Магазин «Стройматериалы» заказал комплекты из трех элементов: две вагонки длиной 2 м и одной вагонки длиной 1,25 м. Поставщик завозит на грузовом автомобиле доски толщиной 20 мм, шириной 100 мм, длиной по 6,5 м – 200 шт. и длиной по 4 м – 50 шт.

Рассчитайте, как распилить доски, чтобы продать максимальное количество комплектов.

**Задача 22.** Нормы затрат на производство разных видов пиццы, объемы ресурсов и стоимость приведены в таблице. Определите оптимальное количество пиццы, обеспечивающее максимальный доход от продаж.

Продукты	Нормы затрат на изготовление 100 шт. пиццы, кг			Запасы продуктов, кг
	А	В	С	
Грибы	6	7	2	20
Колбаса	5	2	8	18



Тесто	10	8	6	25
Цена за 100 шт., тыс. руб.	9	6	5	

**Задача 23.** Сформируйте оптимальный ассортиментный набор торгового предприятия, включающий 60 наименований товаров, если известны ежедневный товарооборот в целом и по товарным позициям количественно-суммового учета, статистические данные количественного учета неудовлетворенного спроса по всем наименованиям товаров, остатки товарных запасов, торговая площадь, расстояние до поставщиков, транспортные расходы, вид транспорта и графики завоза товаров.

Определите потери товарооборота за счет неудовлетворенного спроса и затрат на дополнительные расходы по его удовлетворению. Введите условные обозначения показателей хозяйственной деятельности и постройте экономико-математическую модель формирования оптимального ассортиментного набора.

**Задача 24.** По предписанию врача пациенту необходимо перейти на диету и за сезон употребить питательных веществ, содержащихся во фруктах, в количествах, указанных в таблице. Определите, какое количество фруктов каждого вида необходимо купить, чтобы выполнить предписание врача с минимальными расходами.

Вещества	Содержание питательных веществ в 1 кг фруктов			Нормы потребления, г
	клубника	яблоки	смородина	
$P_1$	3	3	1	30
$P_2$	1	3	4	70
$P_3$	0	0	5	40
$P_4$	1	0	1	50
Цена, руб. за 1 кг	50	40	30	

**Задача 25.** На двух складах  $A_1$  и  $A_2$  находится по 90 т горючего. Перевозка одной тонны горючего со склада  $A_1$ , в пункты назначения  $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_3$  соответственно стоит 1, 3 и 5 ден. ед., а перевозка одной тонны со склада  $A_2$  в те же пункты – соответственно 2, 5 и 4 ден. ед. В каждый пункт надо доставить по одинаковому количеству тонн горючего. Составить такой план перевозки горючего, при котором транспортные расходы будут наименьшими.

**Задача 26.** На трех складах  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  находится сортовое зерно соответственно 10, 15, 25 т, которое надо доставить в четыре пункта  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  и  $B_4$ : пункту  $B_1$  – 5 т,  $B_2$  – 10 т,  $B_3$  – 20 т,  $B_4$  – 15 т. Стоимость доставки одной тонны со склада  $A_1$ , в указанные пункты соответственно равны 8, 3, 5, 2 ден. ед.; со склада  $A_2$  – 4, 1, 6, 7 ден. ед. и со склада  $A_3$  – 1, 9,

4, 3 ден. ед. Составить оптимальный план перевозки зерна в четыре пункта, минимизирующий стоимость перевозок.

**Задача 27.** Составьте оптимальный план завоза хлебобулочной продукции с минимальными транспортными расходами из трех пекарен фирмы «Колос» в четыре булочные: А, В, С, D. Заказы на поставку хлебобулочных изделий, производительность пекарен и транспортные тарифы представлены в транспортной таблице.

Мини-пекарни	Булочные				Производительность пекарен, кг/сутки
	А	В	С	D	
№1	4	7	6	10	830
№2	9	6	7	5	670
№3	6	7	5	8	770
Заказы, кг/сутки	520	610	380	760	

**Задача 28.** Транспортная задача открытого типа. На три базы  $A_1, A_2$  и  $A_3$  поступил однородный груз в количествах, соответственно равных 6, 8, 10 ед. Этот груз требуется перевезти в четыре магазина  $B_1, B_2, B_3$  и  $B_4$  соответственно в количествах 4, 6, 8, 8 ед. Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов (тыс. руб. за ед. груза):

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 8 & 5 \\ 2 & 7 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Составить план перевозок груза с минимальными транспортными издержками.

**Задача 29.** Транспортная задача открытого типа. Сельскохозяйственный кооператив «Ласточка» в области имеет три филиала  $\Phi_1, \Phi_2$  и  $\Phi_3$ , которые обеспечивают поставками подсолнечных семян в соответствии с заявками пять заводов-производителей подсолнечного масла А, В, С, D и E. Объемы запасов семян, объемы заказов на поставку и тарифы на перевозку приведены в транспортной таблице. Постройте оптимальный план перевозки подсолнечных семян с минимальными транспортными расходами.

Филиалы	Заводы					Запасы, т
	А	В	С	D	E	
$\Phi_1$	7	9	15	4	18	630
$\Phi_2$	13	12	8	15	5	710
$\Phi_3$	5	14	6	20	12	820
Заявки, т	400	520	480	560	540	

**Задача 30.** Составьте оптимальный план перевозки автомобилей из городов Ижевск, Казань, Тольятти в города Москву, Саранск и Ульяновск. Стоимость перевозки одного автомобиля составляет 10 руб. за км. Расстояние между городами и объемы заявок

представлены в таблице. Составьте оптимальный план перевозок, обеспечивающий минимальные затраты на перевозку.

Города	Города			Запасы, шт.
	Москва	Саранск	Ульяновск	
Ижевск	10500	6000	4500	20
Казань	7500	3900	2100	65
Тольятти	9000	3600	1500	80
Заказы, шт.	100	50	15	

### Вопросы для собеседования

1. При какой зависимости между факторами используют экономико-математические методы факторного анализа?
2. В чем особенности стохастических методов анализа?
3. В каких случаях используют теорию массового обслуживания?
4. Приведите примеры использования корреляционного анализа в экономических расчетах?
5. Кто из ученых впервые ввел понятие «Эконометрика»?
6. Кому из ученых принадлежит приоритет в разработке самого популярного подхода в решении оптимизационных задач – линейного программирования?
7. Какие трудности появляются в практике относительно использования экономико-математического моделирования, какие существуют эффективные средства преодоления этих трудностей?
8. По каким признакам можно классифицировать экономико-математические методы?
9. Какие задачи коммерческой деятельности можно решать с помощью экономико-математических методов?

### Изучение рекомендуемой литературы

1. Хуснутдинов, Р. Ш. Экономико-математические методы и модели [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов по специальности "Мат. методы в экономике" / Р. Ш. Хуснутдинов. - Документ Bookread2. - М. : ИНФРА-М, 2014. - 224 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=430259>.

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### Инновационные образовательные технологии

Вид образовательных технологий, средств передачи знаний, формирования умений и практического опыта	№ темы / тема лекции	№ практического (семинарского) занятия/наименование темы
Лекция-дискуссия	Тема 1. Понятие об экономико-математических методах	-
Обсуждение проблемной ситуации		Тема 2. Графические методы в коммерческой деятельности Тема 5. Графический метод решения задачи линейного программирования
Компьютерные симуляции	-	-
Выполнение заданий		<u>Тема 1.</u> Понятие об экономико-математических методах <u>Тема 5.</u> Симплекс-метод решения задачи линейного программирования
Разбор конкретных ситуаций		<u>Тема 2.</u> Метод линейного программирования: понятие, построение модели <u>Тема 6.</u> Решение транспортной задачи
Психологические и иные тренинги	-	-
Слайд-лекции	<u>Тема 1.</u> Понятие об экономико-математических методах <u>Тема 2.</u> Графический метод решения задачи линейного программирования	

В начале семестра студентам необходимо ознакомиться с технологической картой дисциплины, выяснить, какие результаты освоения дисциплины заявлены (знания, умения, практический опыт). Для успешного освоения дисциплины студентам необходимо выполнить задания, предусмотренные рабочей учебной программой дисциплины и пройти контрольные точки в сроки, указанные в технологической карте (раздел 11). От качества и полноты их выполнения будет зависеть уровень сформированности компетенции и оценка текущей успеваемости по дисциплине. По итогам текущей успеваемости студенту может

быть выставлена оценка по промежуточной аттестации, если это предусмотрено технологической картой дисциплины. Списки учебных пособий, научных трудов, которые студентам следует прочесть и законспектировать, темы практических занятий и вопросы к ним, вопросы к экзамену (зачету) и другие необходимые материалы указаны в разработанном для данной дисциплины учебно-методическом комплексе.

Основной формой освоения дисциплины является контактная работа с преподавателем - лекции, практические занятия, лабораторные работы (при наличии в учебном плане), консультации (в том числе индивидуальные), в том числе проводимые с применением дистанционных технологий.

По дисциплине часть тем (разделов) изучается студентами самостоятельно. Самостоятельная работа предусматривает подготовку к аудиторным занятиям, выполнение заданий (письменных работ, творческих проектов и др.) подготовку к промежуточной аттестации (экзамену (зачету)).

На лекционных и практических (семинарских) занятиях вырабатываются навыки и умения обучающихся по применению полученных знаний в конкретных ситуациях, связанных с будущей профессиональной деятельностью. По окончании изучения дисциплины проводится промежуточная аттестация (экзамен, (зачет)).

Регулярное посещение аудиторных занятий не только способствует успешному овладению знаниями, но и помогает организовать время, т.к. все виды учебных занятий распределены в семестре планомерно, с учетом необходимых временных затрат.

### **6.1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины на практических (семинарских) и лабораторных занятиях**

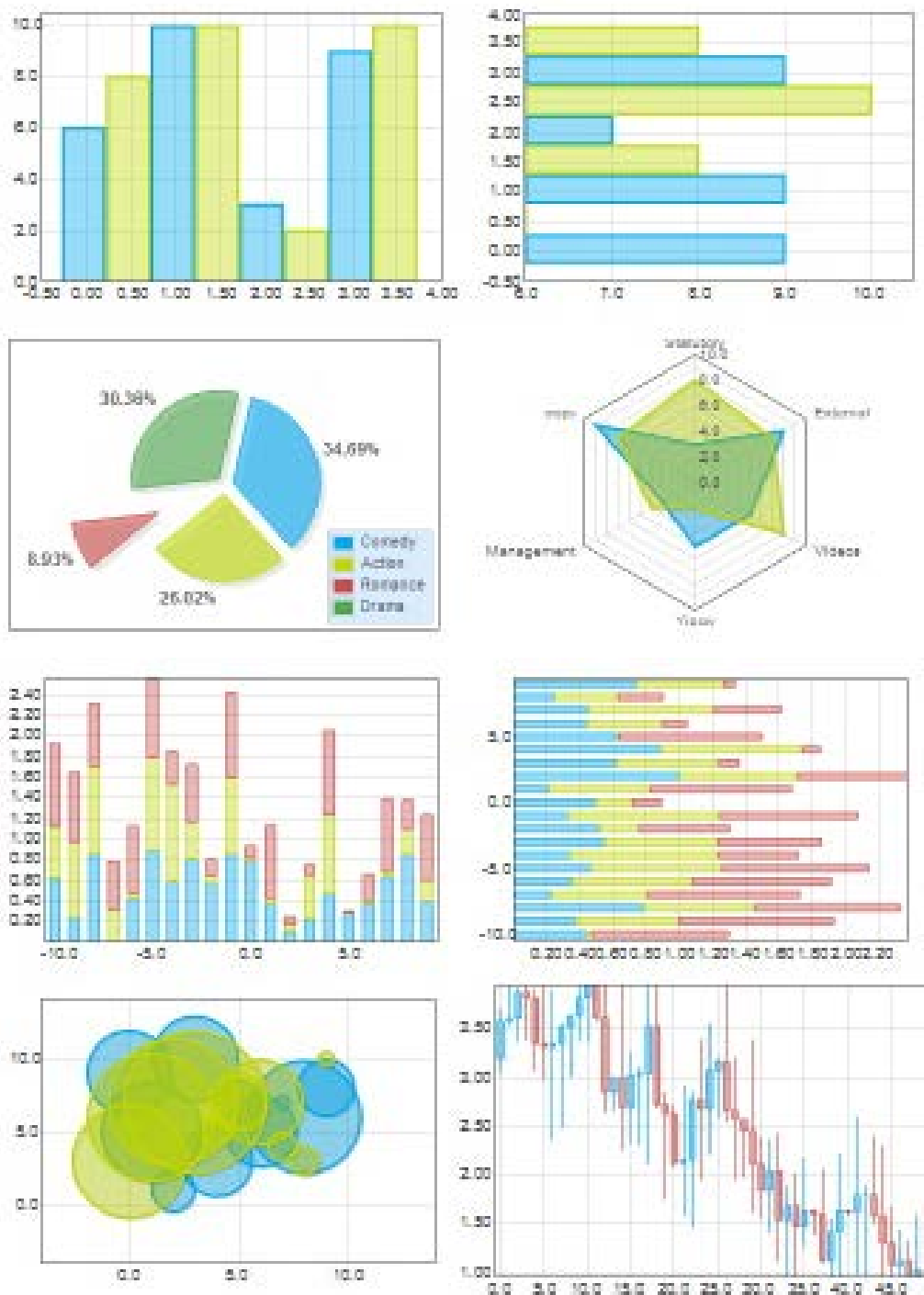
Практические (семинарские) и лабораторные занятия обучающихся обеспечивают:

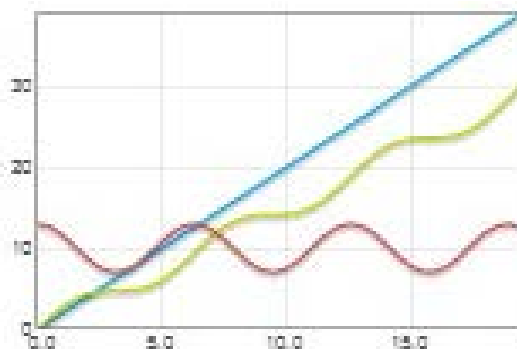
- проверку и уточнение знаний, полученных на лекциях;
- получение навыков составления докладов и сообщений, обсуждения вопросов по учебному материалу дисциплины;
- обсуждение вопросов в аудитории, разделенной на группы 6 - 8 обучающихся либо индивидуальных;
- выполнение практических заданий, задач;
- подведение итогов занятий по рейтинговой системе, согласно технологической карте дисциплины.

## Содержание заданий для практических занятий

### Тема 2. Графические методы в коммерческой деятельности

#### Задание 1. Графики каких видов изображены на рисунке?





**Задание 2.** Сравните три модели холодильников, постройте многоугольники конкурентоспособности.

Показатели	Модель для сравнения		
	Atlant MXM-1842	Samsung RL57TEB1H	LG GA-B489TGDF
Цена	от 31 690 до 44 999 р.	от 30 970 до 39 235 р.	от 36 465 до 49 990 р.
Объем холодильной камеры	288 л	240 л	213 л
Объем нулевой камеры*	--	12 л	17 л
Объем морозильной камеры	112 л	96 л	105 л
Общий объем	400 л	348 л	335 л
Температура морозильной камеры	до -18°C	до -24°C	до -24°C
Время сохранения холода	12 ч	14 ч	14 ч
Мощность замораживания	14 кг/сутки	12 кг/сутки	14 кг/сутки
Функции	Автоматическая разморозка Индикатор закрытия дверцы Перевешивание дверей Быстрая заморозка Режим отпуска Антибактериальная защита	Автоматическая разморозка Индикатор закрытия дверцы Перевешивание дверей Зона свежести Быстрая заморозка Быстрое охлаждение Режим отпуска Инверторный компрессор Антибактериальная защита	Автоматическая разморозка Индикатор закрытия дверцы Перевешивание дверей Зона свежести Быстрая заморозка Быстрое охлаждение Режим отпуска Защита от детей Инверторный компрессор Антибактериальная защита
Скрытые дверные ручки**	--	+	+
Класс энергопотребления	B	A+	A++
Уровень шума	40 дБ	40 дБ	43 дБ

Цвет	нержавеющая сталь, серебристый, бежевый	нержавеющая сталь	серебристый, белый, черный
Габариты (ВхШхГ)	201х60х67 см	200х60х64.6 см	200х60х67 см
Вес	70 кг	74 кг	99 кг

\*Объем нулевой камеры. Отсек температуры 0 градусов. Такая температура хранения способствует существенному замедлению биологических и химических процессов в продуктах, что позволяет оставаться им свежими в 3 раза дольше.

\*\*Скрытые дверные ручки. Скрытая конструкция дверных ручек холодильника. Такие ручки выполняются в виде специальных выемок с торца дверцы, в верхней или нижней её части (в зависимости от компоновки холодильника). За счёт этого холодильник не имеет лишних выступающих частей, которые можно задеть при неосторожном движении; в то же время выемки достаточно удобны для того, чтобы за них можно было зацепиться пальцами и без проблем открыть дверцу. Данная функция особенно полезна в небольших помещениях, где часто приходится ходить почти вплотную к холодильнику.

**Задание 3.** С помощью метода профилей оцените уровень удовлетворенности потребителей процессом обслуживания на предприятиях.

Результаты потребительской оценки процесса обслуживания (баллы)

Показатели	Этапы процесса обслуживания					
	Вступление в контакт и прием заказа	Оформление заказа	Уточнение и корректировка заказа	Выдача заказа	Завершение контакта	Послепродажное обслуживание
<b>ООО «Теплоконтроль»</b>						
Вежливость	3,867	3,786	3,690	3,727	3,836	3,778
Индивидуальный подход	4,272	4,183	4,078	4,115	4,238	4,174
Исполнительность	3,907	3,825	3,729	3,766	3,876	3,817
Профессионализм	4,187	4,100	3,997	4,034	4,154	4,091
Оперативность	3,835	3,755	3,660	3,697	3,805	3,747
Надежность	4,503	4,409	4,300	4,335	4,467	4,400
<b>ООО «Стема»</b>						
Вежливость	4,002	3,958	3,849	3,846	3,970	3,914
Индивидуальный подход	4,343	4,295	4,179	4,172	4,308	4,288
Исполнительность	3,935	3,892	3,784	3,975	3,904	3,862
Профессионализм	4,218	4,172	4,061	4,053	4,184	4,165
Оперативность	3,867	3,831	3,693	3,764	3,836	3,811
Надежность	4,535	4,485	4,364	4,356	4,499	4,465



**Задание 4.** Составьте причинно-следственную диаграмму решения проблемы текучести кадров на предприятии.

**Задание 5.** На основе данных сайта федеральной государственной статистики <http://www.gks.ru/> постройте диаграммы следующих видов: радиальная, столбиковая, круговая, ленточная, фигурная, гистограмма.

### Тема 3. Метод линейного программирования: понятие, построение модели

**Задача 1.** Задача оптимального использования ресурсов. Предприятию необходимо изготовить три вида продукции  $P_1, P_2, P_3$  с использованием двух видов ресурсов  $R_1, R_2$ , запасы которых ограничены. Числовые данные задачи иллюстрируются таблицей:

Вид ресурсов	Запас ресурсов	Количество ресурсов на изготовление единицы продукции		
		$P_1$	$P_2$	$P_3$
$R_1$	40	4	4	2
$R_2$	30	3	8	4
Прибыль от реализации 1 ед. продукции, д.е.	-	10	15	12

Составить экономико-математическую модель выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить наибольшую прибыль.

*Решение*

Пусть  $x_1$  – количество продукции вида  $P_1$ ,  $x_2$  – количество продукции вида  $P_2$ ,  $x_3$  – количество продукции вида  $P_3$ . В качестве целевой функции  $Z$ , которую необходимо максимизировать, принимается общая прибыль от реализации всех видов продукции. Тогда

$$Z = 10x_1 + 15x_2 + 12x_3 \rightarrow \max.$$

При изготовлении продукции запасы ресурсов не могут быть превышены, что накладывает ограничения на использование ресурсов:  $4x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 40$  для ресурса  $R_1$  и  $3x_1 + 8x_2 + 4x_3 \leq 30$  для ресурса  $R_2$ . Очевидно, что неизвестные  $x_1, x_2$  и  $x_3$  не могут быть отрицательны, т.е.  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$ . Окончательно экономико-математическая модель задачи оптимального использования ресурсов будет иметь вид:

$$Z = 10x_1 + 15x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 40; \\ 3x_1 + 8x_2 + 4x_3 \leq 30; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0; \\ x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 2.** Задача о смесях. Для откорма животных необходимо из трех кормов  $K_1, K_2$

и  $K_3$  изготовить смесь. Известна требуемая питательность порции смеси на одного животного: питательность вещества  $V_1$  не менее 10 ед., питательность вещества  $V_2$  – не менее 8 ед. Остальные данные приведены в таблице:

Вещества	Количество питательности вещества в 1 ед. корма		
	$K_1$	$K_2$	$K_3$
$V_1$	2	3	1
$V_2$	1	2	1
Стоимость 1 ед. корма, д.е.	4	2	3

Необходимо смешать корма в таком количестве для приготовления смеси, чтобы обеспечить заданную питательность порции смеси с минимальными расходами на изготовление смеси. Составить экономико-математическую модель задачи.

*Решение*

Пусть  $x_1$  – количество корма  $K_1$  в смеси,  $x_2$  – количество корма  $K_2$ ,  $x_3$  – количество корма  $K_3$ . Целевая функция  $Z$ , которую необходимо минимизировать, выражает расходы на корма  $K_1, K_2, K_3$  в смеси и будет иметь вид:

$$Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min .$$

Ограничения на неизвестные налагаются с целью обеспечения необходимой питательности порции смеси в расчете на одного животного. Чтобы обеспечить питательность вещества  $V_1$  не менее 10 ед., необходимо использовать корм  $K_1$  в количестве  $2x_1$ , корм  $K_2$  – в количестве  $3x_2$ , корм  $K_3$  – в количестве  $x_3$ . Тогда ограничение на питательность порции смеси из вещества  $V_1$  запишется в виде  $2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 10$ . По аналогии ограничение на питательность из вещества  $V_2$  будет таким:  $x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 8$ . Нужно также учесть условия неотъемлемости неизвестных:  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$ .

Окончательно экономико-математическая модель задачи о смесях будет иметь вид:

$$Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 10; \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 8; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0; \\ x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 3.** Транспортная задача. На двух складах  $A_1$  и  $A_2$  имеется соответственно 11 и 14 ед. однородного груза. Спрос в нем магазинов  $B_1, B_2$  и  $B_3$  равняется соответственно 10, 8 и 7 ед. Эти данные и стоимость перевозок единицы груза от складов к магазинам (обозначенные цифрами в углу клеточек) представлены в таблице:

10

8

7

		8		6		5
11	$x_{11}$		$x_{12}$		$x_{13}$	
14	$x_{21}$	4		5		7
			$x_{22}$		$x_{23}$	

Составить экономико-математическую модель плана перевозок грузов, чтобы расходы были минимальными.

*Решение*

Пусть  $x_{ij}$  – количество единиц груза, перевозимого от  $i$ -го склада к  $j$ -му магазину ( $i=1, 2$ ;  $j=1, 2, 3$ ). Тогда целевая функция  $Z$  выражает стоимость перевозок с минимальными расходами. Ограничения на неизвестные используются двух видов. Во-первых, груз из складов должен быть вывезен, что в данной задаче описывается системой двух уравнений по числу складов:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 11; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 14. \end{cases}$$

Во-вторых, каждый магазин должен получить столько груза, сколько ему нужно, что описывается системой трех уравнений по числу магазинов:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} = 10; \\ x_{12} + x_{22} = 8; \\ x_{13} + x_{23} = 7. \end{cases}$$

Кроме того, следует учитывать условия неотрицательности неизвестных:  $x_{ij} \geq 0$  ( $i=1, 2$ ;  $j=1, 2, 3$ ). Тогда окончательно экономико-математическая модель транспортной задачи будет иметь вид:

$$Z = 8x_{11} + 6x_{12} + 5x_{13} + 4x_{21} + 5x_{22} + 7x_{23} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 11; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 14; \\ x_{11} + x_{21} = 10; \\ x_{12} + x_{22} = 8; \\ x_{13} + x_{23} = 7; \\ x_{ij} \geq 0 \quad (i=1, 2, j=1, 2, 3). \end{cases}$$

#### Тема 4. Графический метод решения задачи линейного программирования

**Задача 1.** Найдем наименьшее значение линейной функции графическим методом.

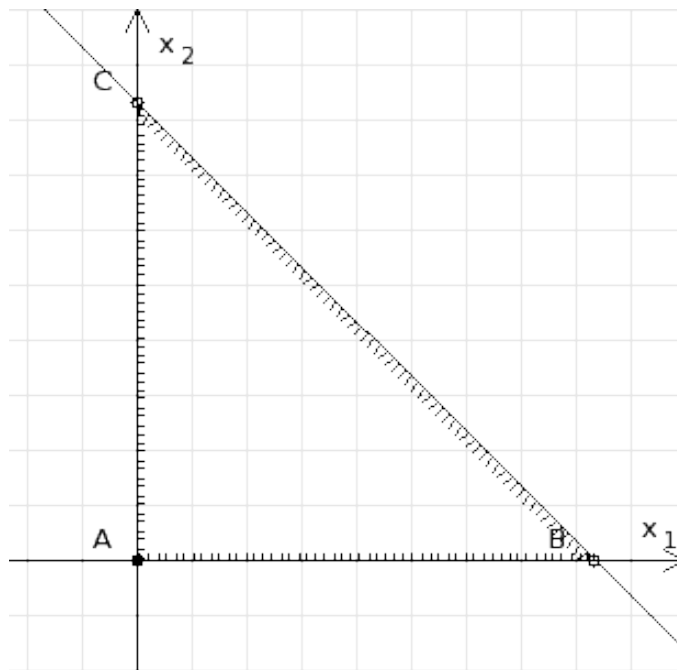
$$Z = 12x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2; \\ x_1 \geq 1/2; \\ x_2 \leq 3; \\ x_1 - x_2 \leq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

*Решение*

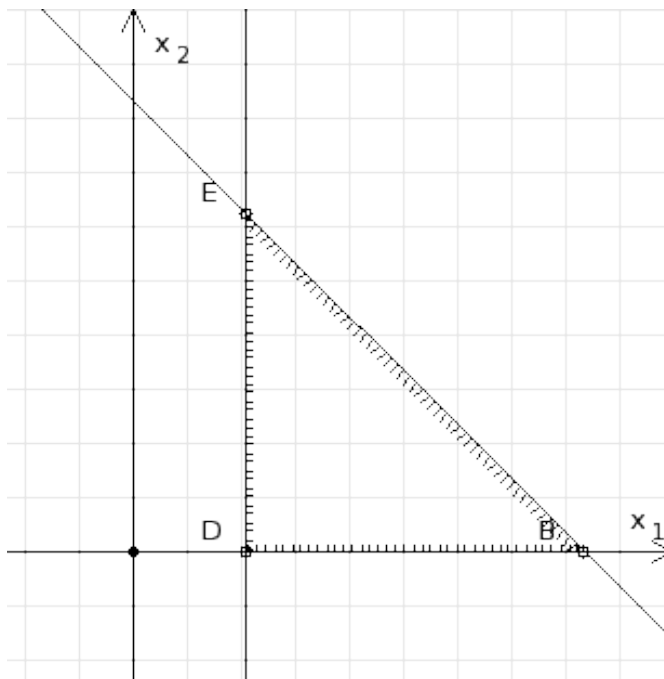
По условию задачи  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ , т.е. мы рассматриваем только те точки, которые принадлежат первой четверти.

1. Рассмотрим первое неравенство системы ограничений  $x_1 + x_2 \leq 2$ . Построим прямую, заменив знак неравенства на знак равенства  $x_1 + x_2 = 2$ . Для нахождения области решений, которое дает первое неравенство, используем контрольную точку, например, начало координат (0;0). Подстановка начала координат в строгое неравенство  $x_1 + x_2 < 2$  дает,  $0 < 2$ , т.е. оно выполняется. Таким образом, из двух полуплоскостей, на которые разделяется плоскость прямой ВС, множеством решений является нижняя полуплоскость, где располагается начало координат. Объединим полученную полуплоскость с ранее найденными ограничениями. Область допустимых решений выделена штриховкой. Вершины области допустимых решений: А (0; 0), В (2; 0), С (0; 2)



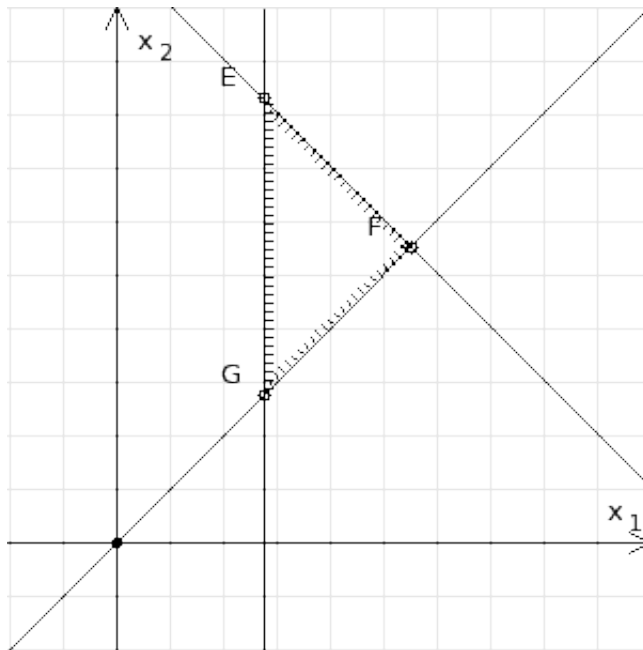
2. Рассмотрим второе неравенство системы ограничений  $x_1 \geq 1/2$ . Построим прямую, заменив знак неравенства на знак равенства  $x_1 = 1/2$ . Прямая проходит параллельно оси  $x_2$ .

Знак неравенства «больше или равно», следовательно, нас интересуют точки лежащие правее построенной прямой. Вершины области допустимых решений: В (2; 0), D (1/2; 0), E (1/2; 3/2).

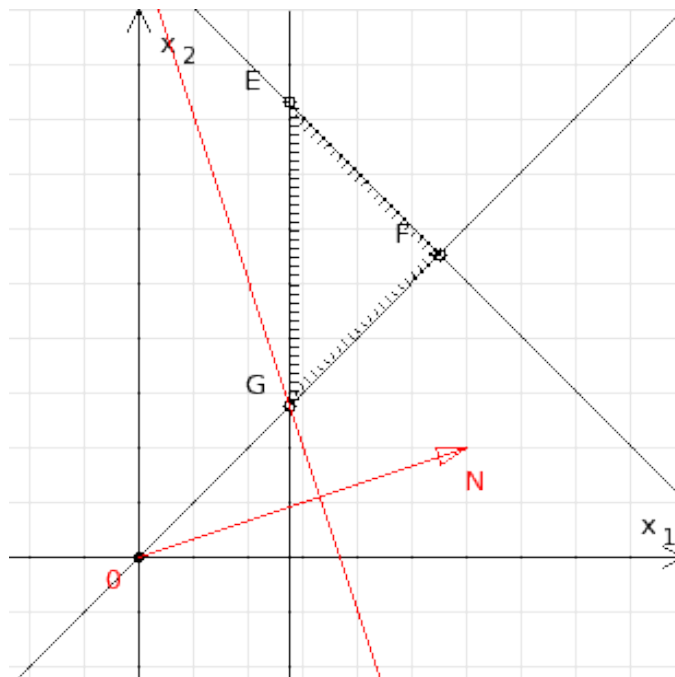


3. Рассмотрим третье неравенство системы ограничений  $x_2 \leq 3$ . Построим прямую, заменив знак неравенства на знак равенства  $x_2 = 3$ . Прямая проходит параллельно оси  $x_1$  (в два раза выше треугольника BDE). Знак неравенства «меньше или равно», следовательно, нас интересуют точки лежащие ниже построенной прямой. Вершины области допустимых решений: В (2; 0), D (1/2; 0), E (1/2; 3/2).

4. Рассмотрим четвертое неравенство системы ограничений  $x_1 - x_2 \leq 0$ . Построим прямую, заменив знак неравенства на знак равенства  $x_1 - x_2 = 0$ . Прямая проходит через начало координат. Подстановка контрольной точки (1;2) в строгое неравенство  $x_1 - x_2 < 0$  дает,  $-1 < 0$ , т.е. оно выполняется. Таким образом, из двух полуплоскостей, на которые разделяется плоскость прямой FG, множеством решений является верхняя полуплоскость, где располагается точка (1;2). Вершины области допустимых решений: E (1/2; 3/2), F (1; 1), G (1/2; 1/2).



5. Строим вектор  $ON(12;4)$ , координатами которого являются коэффициенты функции. Перпендикулярно ему проходят линии уровня. Значение функции будет возрастать при перемещении прямой в направлении вектора  $ON$ . Диапазон перемещения прямой не от точки  $O$  до точки  $N$ , а именно в направлении от точки  $O$  к точке  $N$ . Будем перемещать прямую, перпендикулярную вектору  $ON$ , до тех пор, пока она не коснется области допустимых решений. В данном случае, первое касание прямой области допустимых решений произойдет в вершине  $G (1/2;1/2)$ . В точке  $G$  значение функции  $Z$  будет наименьшим.



Ответ:  $x_1 = 1/2, x_2 = 1/2, Z_{min}=12*1/2+4*1/2=8$ .

**Задача 2.** Найдем наибольшее значение линейной функции графическим методом.

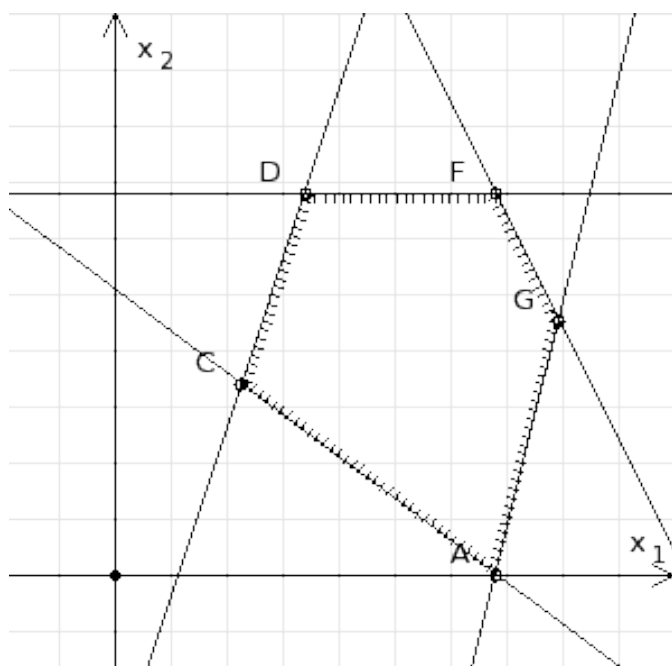
$$Z = 8x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 18; \\ 3x_1 - x_2 \geq 3; \\ x_2 \leq 6; \\ 2x_1 + x_2 \leq 18; \\ 4x_1 - x_2 \leq 24; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

*Решение*

По условию задачи  $x_1 \geq 0$ ,  $x_2 \geq 0$ , т.е. мы рассматриваем только те точки, которые принадлежат первой четверти.

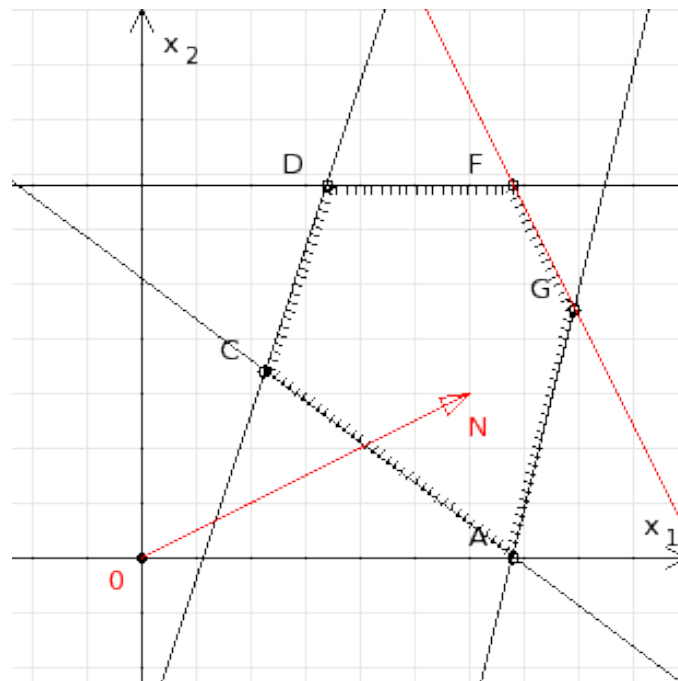
Строим прямые, заменяя знаки неравенств на знаки точных равенств, находим соответствующие полуплоскости, штриховкой отмечаем их пересечения. Вершины области допустимых решений: A (6; 0), C (2; 3), D (3; 6), F (6; 6), G (7; 4).



$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 18; & (AC) \\ 3x_1 - x_2 = 3; & (CD) \\ x_2 = 6; & (DF) \\ 2x_1 + x_2 = 18; & (FG) \\ 4x_1 - x_2 = 24; & (GA) \\ x_1 = 0; \\ x_2 = 0. \end{cases}$$

Строим вектор  $ON(8;4)$ , координатами которого являются коэффициенты функции. Перпендикулярно ему проходят линии уровня. Значение функции будет возрастать при перемещении прямой в направлении вектора  $ON$ . Диапазон перемещения прямой не от точки  $O$  до точки  $N$ , а именно в направлении от точки  $O$  к точке  $N$ . Будем перемещать прямую, перпендикулярную вектору  $ON$ , до тех пор, пока она полностью не пройдет область допустимых решений. В данном случае, касание прямой перед выходом из области

допустимых решений произойдет в отрезке FG. В любой точке отрезка FG значение функции Z будет наибольшим.



Ответ:  $Z_{max} = 8 \cdot 6 + 4 \cdot 6 = 72$ ,  $x_1 = t \cdot 6 + (1-t) \cdot 7$ ,  $x_2 = t \cdot 6 + (1-t) \cdot 4$ , где  $0 \leq t \leq 1$

**Задача 3.** Найдем наибольшее значение линейной функции графическим методом.

$$Z = -x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

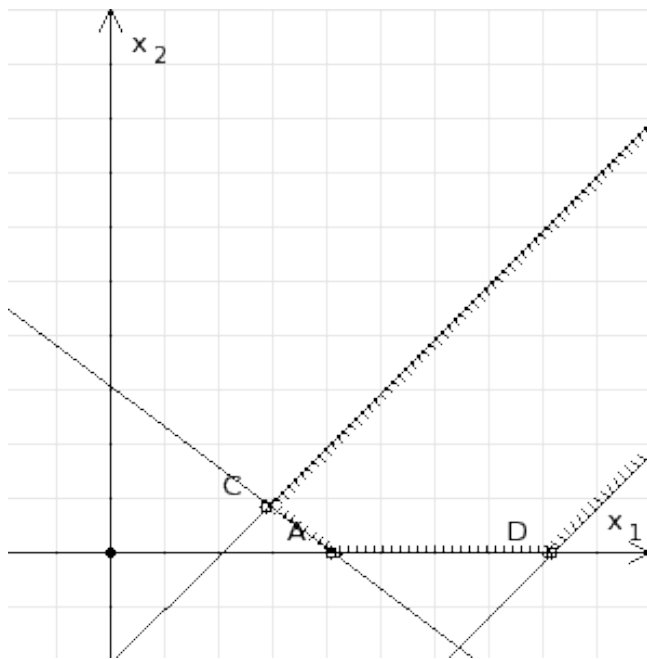
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 6; \\ x_1 - x_2 \geq 1; \\ x_1 - x_2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

*Решение*

По условию задачи  $x_1 \geq 0$ ,  $x_2 \geq 0$ , т.е. мы рассматриваем только те точки, которые принадлежат первой четверти.

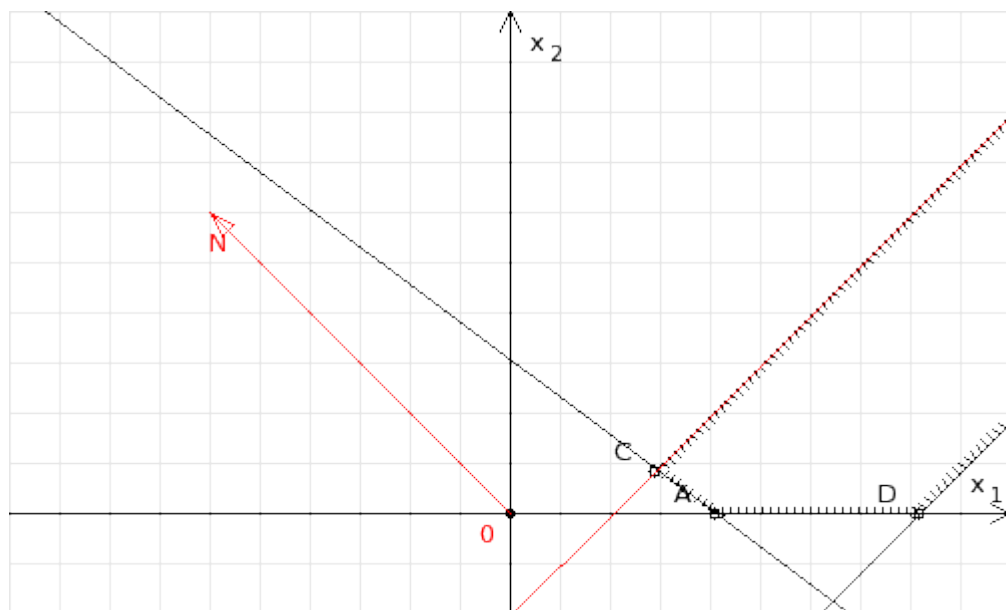
Строим прямые, заменяя знаки неравенств на знаки точных равенств, находим соответствующие полуплоскости, штриховкой отмечаем их пересечения. Вершины области допустимых решений: A (2; 0), C (10/7; 3/7), D (4; 0).





$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 6; & (AC) \\ x_1 - x_2 = 1; & (\text{луч } C) \\ x_1 - x_2 = 2; & (\text{луч } D) \\ x_1 = 0; \\ x_2 = 0. \end{cases}$$

Строим вектор  $ON(-1;1)$ , координатами которого являются коэффициенты функции. Перпендикулярно ему проходят линии уровня. Значение функции будет возрастать при перемещении прямой в направлении вектора  $ON$ . Диапазон перемещения прямой не от точки  $O$  до точки  $N$ , а именно в направлении от точки  $O$  к точке  $N$ . Будем перемещать прямую, перпендикулярную вектору  $ON$ , до тех пор, пока она полностью не пройдет область допустимых решений. В данном случае, касание прямой перед выходом из области допустимых решений произойдет на луче, имеющем свое начало в точке  $C$ . В любой точке этого луча значение функции  $Z$  будет наибольшим.



Ответ:  $Z_{max} = -10/7 + 3/7 = -1$ ,  $x_1 = 10/7 + 1 \cdot t$ ,  $x_2 = 3/7 + 1 \cdot t$ , где  $t \geq 0$ .

**Задача 4.** Найдем наибольшее значение линейной функции графическим методом.

$$Z = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

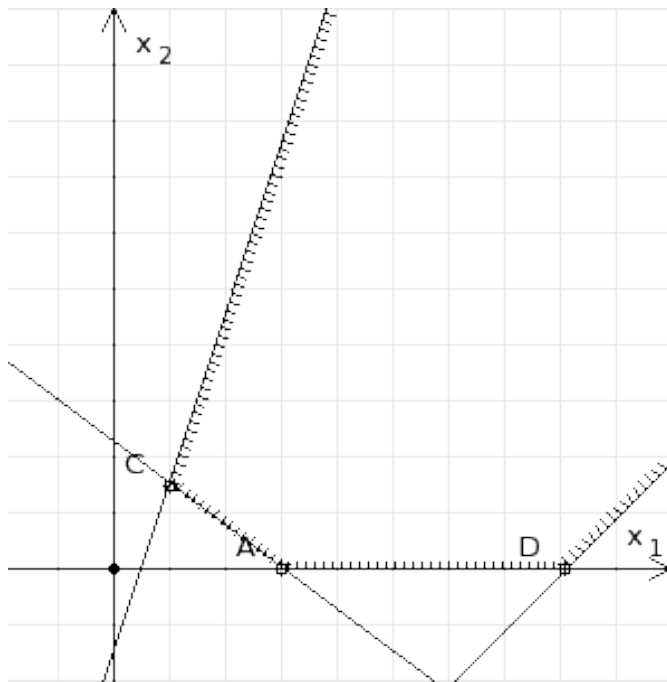
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 18; \\ 3x_1 - x_2 \geq 3; \\ x_1 - x_2 \leq 16; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

### Решение

По условию задачи  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ , т.е. мы рассматриваем только те точки, которые принадлежат первой четверти.

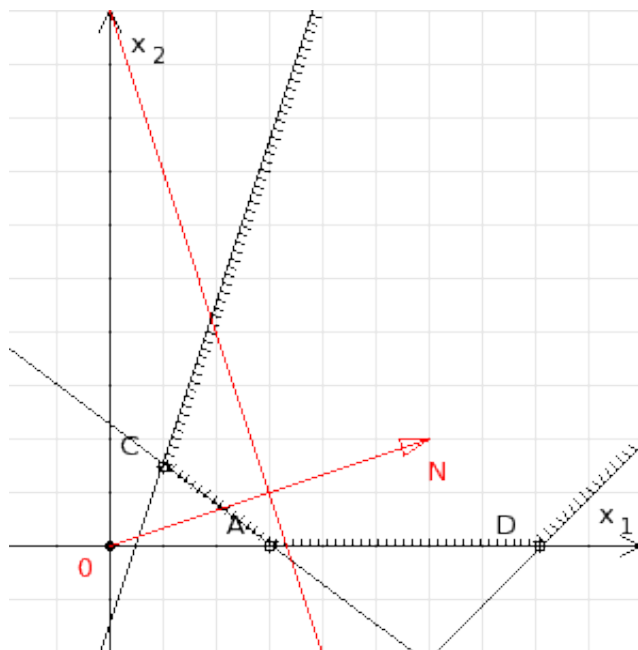
По условию задачи  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ , т.е. мы рассматриваем только те точки, которые принадлежат первой четверти.

Строим прямые, заменяя знаки неравенств на знаки точных равенств, находим соответствующие полуплоскости, штриховкой отмечаем их пересечения. Вершины области допустимых решений: A (6; 0), C (2; 3), D (16; 0).



$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 18; & (AC) \\ 3x_1 - x_2 = 3; & (\text{луч } C) \\ x_1 - x_2 = 16; & (\text{луч } D) \\ x_1 = 0; \\ x_2 = 0. \end{cases}$$

Строим вектор  $ON(3;1)$ , координатами которого являются коэффициенты функции. Перпендикулярно ему проходят линии уровня. Значение функции будет возрастать при перемещении прямой в направлении вектора  $ON$ . Диапазон перемещения прямой не от точки  $O$  до точки  $N$ , а именно в направлении от точки  $O$  к точке  $N$ . Мы не можем найти положение прямой, перпендикулярной вектору  $ON$ , при котором прямая пересечет область допустимых значений непосредственно перед выходом из нее. Функция  $Z$  не является ограниченной, т.е. не обладает наибольшим значением.



Ответ: Функция  $Z$  не является ограниченной, т.е. не обладает наибольшим значением.

## Тема 5. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования

**Задача 1.** Коммерческое предприятие, располагающее материально-денежными ресурсами, реализует три группы товаров А, В и С. Плановые нормативы затрат ресурсов на 1 тыс. руб. товарооборота, доход от продажи товаров на 1 тыс. руб. товарооборота, а также объем ресурсов заданы в таблице. Определите плановый объем продажи и структуру товарооборота так, чтобы доход торгового предприятия был максимальным.

Виды материально-денежных ресурсов	Норма затрат материально-денежных ресурсов на 1 тыс. руб. товарооборота			Объем ресурсов $b_i$
	группа А	группа В	группа С	
Рабочее время продавцов, чел.-ч.	0,1	0,2	0,4	1100
Площадь торговых залов, $m^2$	0,05	0,02	0,02	120
Площадь складских помещений, $m^2$	3	1	2	8000
Доход, тыс. руб.	3	5	4	max

*Решение*

Дадим математическую модель задачи. Определим вектор  $X=(x_1, x_2, x_3)$ , который удовлетворяет условиям

$$\begin{cases} 0,1x_1 + 0,2x_2 + 0,4x_3 \leq 1100, \\ 0,05x_1 + 0,02x_2 + 0,02x_3 \leq 120, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 8000, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

и обеспечивает максимальное значение целевой функции

$$Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных  $x_4, x_5, x_6$ :

$$\begin{cases} 0,1x_1 + 0,2x_2 + 0,4x_3 + x_4 = 1100, \\ 0,05x_1 + 0,02x_2 + 0,02x_3 + x_5 = 120, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_6 = 8000. \end{cases}$$

Матрица коэффициентов этой системы уравнений имеет следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,4 & 1 & 0 & 0 \\ 0,05 & 0,02 & 0,02 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Векторы  $A_4, A_5, A_6$  – линейно независимы, так как определитель, построенный на этих векторах, отличен от нуля. Следовательно, соответствующие этим векторам переменные  $x_4, x_5, x_6$  являются базисными и в этой задаче определяют объемы неиспользованных ресурсов.

Решим систему уравнений относительно базисных переменных.

$$\begin{cases} x_4 = 1100 - (0,1x_1 + 0,2x_2 + 0,4x_3), \\ x_5 = 120 - (0,05x_1 + 0,02x_2 + 0,02x_3), \\ x_6 = 8000 - (3x_1 + x_2 + 2x_3). \end{cases}$$

Функцию цели запишем в виде уравнения:

$$Z = 0 - (-3x_1 - 5x_2 - 4x_3).$$

Полагая, что свободные переменные  $x_1=0, x_2=0, x_3=0$ , получим первый опорный план  $X_1 = (0, 0, 0, 1100, 120, 8000)$ ,  $Z(X_1)=0$ , в котором базисные переменные  $x_4=1100, x_5=120, x_6=8000$ . Следовательно, товары не продаются, доход равен нулю, а ресурсы не используются. Полученный первый опорный план запишем в симплексную таблицу.

Первый опорный план неоптимальный, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты:  $-3, -5, -4$ .

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной  $x_2$ , так как наибольший коэффициент по модулю:  $|-5| > \{|-3|, |-4|\}$ .

Вычислим значения  $d_i$  по строкам как частное от деления  $b_i / a_{i2}$  и из них выберем наименьшее:

$$\min \theta_i = \min \left( \frac{b_i}{a_{i2}} \right) = \min \left[ \frac{1100}{0,2}; \frac{120}{0,02}; \frac{8000}{1} \right] = 5500$$

Симплексная таблица

План	Базисные переменные	Значения базисных переменных	Значения коэффициентов при						$\theta_i \min$
			$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
I	$\rightarrow x_4$	1100	0,1	<b>0,2</b>	0,4	1	0	0	5500
	$x_5$	120	0,05	0,02	0,02	0	1	0	6000
	$x_6$	8000	3	1	2	0	0	1	8000
Индексная строка	$Z(X_1)$	0	-3	$\uparrow$ -5	-4	0	0	0	
II	$x_2$	5500	0,5	1	2	5	0	0	11000
	$\rightarrow x_5$	10	0,04	0	-0,02	-0,1	1	0	250
	$x_6$	2500	2,5	0	0	-5	0	1	1000
Индексная строка	$Z(X_2)$	27500	-0,5	0	6	25	0	0	
III	$x_2$	5375	0	1	2,25	<b>6,25</b>	<b>-12,5</b>	<b>0</b>	
	$x_1$	250	1	0	-0,5	<b>-2,5</b>	<b>25</b>	<b>0</b>	
	$x_6$	1875	0	0	1,25	<b>1,25</b>	<b>-62,5</b>	<b>1</b>	
Индексная строка	$Z(X_3)$	27625	0	0	5,75	23,75	12,5	0	

Следовательно, первая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен 0,2, он находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки и выделен в таблице.

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной  $x_4$  в план II войдет переменная  $x_2$ . Строка, соответствующая переменной  $x_2$  в плане II, получена в результате деления всех элементов строки  $x_4$  плана I на разрешающий элемент  $PЭ = 0,2$ . На месте разрешающего элемента в плане II получаем 1. В остальных клетках столбца  $x_2$  плана II записываем нули.

Таким образом, в новом плане II заполнены строка  $x_2$  и столбец  $x_2$ . Все остальные элементы нового плана II, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника. Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент  $PЭ = 0,2$ . Во второй вершине по диагонали находится старое значение элемента, например значение целевой функции  $Z(X_1) = 0 = CЭ$ , которое указывает на место расположения нового  $HЭ$  в новом плане II. Третий элемент  $A = 1100$  и четвертый элемент  $B = -5$  завершают построение прямоугольника в недостающих двух вершинах и расположены по другой диагонали. Значение нового элемента в плане II находится из выражения:

$$HЭ = CЭ - (A \cdot B) / PЭ = 0 - \frac{1100 \cdot (-5)}{0,2} = 27500$$

Элементы строки определяются аналогично:

$$\begin{aligned} 120 - \frac{1100 \cdot 0,02}{0,2} &= 10, & 0,05 - \frac{0,1 \cdot 0,02}{0,2} &= 0,04, \\ 0,02 - \frac{0,4 \cdot 0,02}{0,2} &= -0,02, & 0 - \frac{0,02 \cdot 1}{0,2} &= -0,1. \end{aligned}$$

Все элементы, расположенные на пересечении строк и столбцов, соответствующих одноименным базисным элементам, равны 1, остальные элементы столбца в базисах векторов, включая индексную строку, равны 0. Аналогично проводятся расчеты по всем строкам таблицы, включая индексную.

Выполняя последовательно все этапы алгоритма, формируем план II.

На третьей итерации таблицы получаем план III, который является оптимальным, так как все коэффициенты в индексной строке  $\geq 0$ .

Оптимальный план можно записать так:

$$X^*=(250, 5375, 0, 0, 0, 1875), \quad Z(X^*)=27625 \text{ тыс. руб.}$$

Следовательно, необходимо продавать товаров первой группы А – 250 ед., а второй группы В – 5375 ед. При этом торговое предприятие получает максимальный доход в размере 27 625 тыс. руб. Товары группы С не реализуются.

В оптимальном плане среди базисных переменных находится дополнительная переменная  $x_6$ . Это указывает на то, что ресурсы третьего вида (площадь складских помещений) недоиспользована на 1875 м<sup>2</sup>, так как переменная  $x_6$  была введена в третье ограничение задачи, характеризующее собой использование складских помещений этого ресурса.

В индексной строке оптимального плана в столбцах переменных  $x_3, x_4, x_5$ , не вошедших в состав базисных, получены ненулевые элементы, поэтому оптимальный план задачи ЛП является единственным.

## Тема 6. Решение транспортной задачи

**Задача 1.** Определить начальное решение по методу «северо-западного» угла для транспортной задачи.

Четыре завода для производства продукции используют некоторое сырье. Спрос на сырье каждого из заводов соответственно составляет: 120, 50, 190 и 110 ед. Сырье сосредоточено на трех складах. Предложения поставщиков сырья равны: 160, 140 и 170 ед. На каждый завод сырье может завозиться с любого склада. Тарифы перевозок известны и задаются матрицей

$$C = \begin{Bmatrix} 7 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 9 & 8 \\ 9 & 2 & 3 & 6 \end{Bmatrix}$$

В  $i$ -й строке  $j$ -м столбце матрицы  $C$  стоит тариф на перевозку сырья от  $i$ -го поставщика  $j$ -му потребителю,  $i=1, 2, 3; j=1, 2, 3, 4$ .

*Решение*

Составляем транспортную таблицу.

№	Завод 1	Завод 2	Завод 3	Завод 4	Предложение
Склад 1	7	8	1	2	160
120	40				

Склад 2	4	5	9	8	140
	10		130		
Склад 3	9	2	3	6	170
			60	110	
Спрос	120	50	190	110	

В первую клетку помещают  $x_{11} = \min(160; 120) = 120$ . Спрос первого завода полностью удовлетворен, первый столбец вычеркивают. Остаток сырья на первом складе составляет  $160 - 120 = 40$  ед. Двигаемся по первой строке вправо  $x_{21} = \min(160 - 120; 50) = 40$ . Предложение поставщика исчерпано, первая строка вычеркивается.

Второму заводу не хватает  $50 - 40 = 10$  ед. Двигаемся по второму столбцу вниз  $x_{22} = \min(140; 50 - 40) = 10$ . Второй столбец вычеркивается. Двигаемся по второй строке направо  $x_{23} = \min(140 - 10; 90) = 130$ . Вторая строка вычеркивается. Двигаемся по третьему столбцу вниз  $x_{33} = \min(170; 190 - 130) = 60$ . Спрос третьего завода удовлетворен. Двигаемся по третьей строке направо  $x_{34} = \min(170/160; 110) = 110$ .

Таблица заполнена, начальный план перевозок имеет вид:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} = 120 & x_{12} = 40 & x_{13} = 0 & x_{14} = 0 \\ x_{21} = 0 & x_{22} = 10 & x_{23} = 130 & x_{24} = 0 \\ x_{31} = 0 & x_{32} = 0 & x_{33} = 60 & x_{34} = 110 \end{pmatrix}$$

Стоимость перевозок по этому плану составит:

$$S = 120 \times 7 + 40 \times 8 + 10 \times 5 + 130 \times 9 + 60 \times 3 + 110 \times 6 = 3220$$

Метод «северо-западного» угла – наиболее простой метод нахождения начального решения. План перевозок, полученный по этому методу, обычно бывает достаточно далек от оптимального.

**Задача 2.** Определить начальное решение по методу минимального элемента для транспортной задачи (условие задачи из первого примера).

*Решение*

Составляем транспортную таблицу.

№	Завод 1	Завод 2	Завод 3	Завод 4	Предложение
Склад 1	7	8	1	2	160
			160		
Склад 2	4	5	9	8	140
	120			20	
Склад 3	9	2	3	6	170
	50		30	90	
Спрос	120	50	190	110	

Минимальный тариф равен 1,  $x_{13} = \min(160; 190) = 160$ . Первую строку вычеркивают. Минимальный тариф для оставшихся клеток равен 2,  $x_{32} = \min(170; 50) = 50$ . Второй столбец вычеркивают.

Для оставшихся клеток минимальный тариф равен 3,  $x_{33} = \min(170-50; 190-160) = 30$ . Третий столбец вычеркивают.

Для оставшихся клеток минимальный тариф равен 4,  $x_{21} = \min(140; 120) = 120$ . Первый столбец вычеркивают.

Для оставшихся клеток минимальный тариф равен 6,  $x_{34} = \min(170-50-30; 110) = 90$ .

Для одной оставшейся клетки  $x_{24} = \min(140-120; 110-90) = 20$ .

План перевозок, полученный по методу минимального элемента, имеет вид:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} = 0 & x_{12} = 0 & x_{13} = 160 & x_{14} = 0 \\ x_{21} = 120 & x_{22} = 0 & x_{23} = 0 & x_{24} = 20 \\ x_{31} = 0 & x_{32} = 50 & x_{33} = 30 & x_{34} = 90 \end{pmatrix}$$

Стоимость перевозок по этому плану составит:

$$S = 160 \times 1 + 120 \times 4 + 20 \times 8 + 50 \times 2 + 30 \times 3 + 90 \times 6 = 1530$$

Стоимость перевозок, полученных по этому методу, обычно бывает меньше стоимости перевозок, полученных по методу «северо-западного» угла.

**Задача 3.** Определить начальное решение по методу Фогеля для транспортной задачи (условие задачи из первого примера).

*Решение*

Составляем транспортную таблицу.

№	Завод 1	Завод 2	Завод 3	Завод 4	Предложение	Разность по строкам			
Склад 1	7	8	1	2	160	1	<b>6</b>	-	-
Склад 2	4	5	9	8	140	1	1	1	1
Склад 3	9	2	3	6	170	1	1	1	<b>7</b>
Спрос	120	50	190	110					
Разность по столбцам	3	3	2	<b>4</b>					
	3	3	2	-					
	5	3	<b>6</b>	-					
	5	3	-	-					

Разность по строкам будет записываться в правой части таблицы, разность по столбцам – внизу таблицы. Максимальную разность будем отмечать жирным шрифтом и выделением цветом.

Наименьший тариф в первой строке равен 1, ближайший к нему равен 2. Разность равна 1. Наименьший тариф во второй строке 4, ближайшее к нему значение 5. В третьей строке 2 и 3, соответственно. Разности по всем строкам равны 1.



В первом столбце наименьший тариф 4, ближайшее значение 7, разность 3. Во втором столбце наименьшее значение 2, ближайшее значение 5, разность 3. Третий столбец:  $3-1=2$ . Четвертый столбец:  $6-2=4$ .

Максимальная из всех разностей 4 находится в четвертом столбце. В этом столбце клетка с наименьшим тарифом 2 находится в первой строке. В эту клетку помещаем максимально возможное значение  $x_{14}=\min(110; 160)=110$ . Четвертый завод полностью удовлетворил свой спрос, и четвертый столбец вычеркиваем.

Повторяем предыдущие действия без учета вычеркнутых и заполненных клеток. Первая строка: минимальный тариф 1, ближайшее значение 7, разность 6. Вторая строка:  $5-4=1$ . Третья строка:  $3-2=1$ .

Первый столбец: минимальный тариф 4, ближайшее значение 7, разность 3. Второй столбец:  $5-2=3$ . Третий столбец:  $3-1=2$ .

Максимальная разность равна 6 и стоит в первой строке. Минимальный тариф в первой строке 1. В эту клетку помещаем  $x_{13}=\min(160-110; 190)=50$ . Вычеркиваем первую строку.

Повторяем все действия без учета первой строки и четвертого столбца. Вторая строка:  $5-4=1$ . Третья строка:  $3-2=1$ . Первый столбец:  $9-4=5$ . Второй столбец:  $5-2=3$ . Третий столбец:  $9-3=6$ .

Максимальная разность равна 6 и стоит в третьем столбце. Минимальный из оставшихся тарифов в этом столбце 3,  $x_{33}=\min(170; 190-50)=140$ . Спрос третьего завода удовлетворен, третий столбец вычеркиваем.

Вновь составляем разности для невычеркнутых строк и столбцов. Вторая строка:  $5-4=1$ . Третья строка:  $9-2=7$ . Первый столбец:  $9-4=5$ . Второй столбец:  $5-2=3$ .

Максимальная разность стоит в третьей строке. Минимальный тариф в этой строке 2,  $x_{32}=\min(170-140; 50)=30$ . Предложение поставщика исчерпано, третью строку вычеркиваем.

Осталась одна строка транспортной таблицы. Это вторая строка. В этой строке сначала заполняем клетку с наименьшим тарифом 4,  $x_{21}=\min(140; 120)=120$ . Оставшееся предложение второго поставщика записываем в свободную клетку  $x_{22}=\min(140-120; 50-30)=20$ .

Полученный по методу Фогеля план перевозок имеет вид

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} = 0 & x_{12} = 0 & x_{13} = 50 & x_{14} = 110 \\ x_{21} = 120 & x_{22} = 20 & x_{23} = 0 & x_{24} = 0 \\ x_{31} = 0 & x_{32} = 30 & x_{33} = 140 & x_{34} = 0 \end{pmatrix}$$

Стоимость перевозок по этому плану составит:

$$S = 50 \times 1 + 110 \times 2 + 120 \times 4 + 20 \times 5 + 30 \times 2 + 140 \times 3 = 1430$$

Метод Фогеля наиболее трудоемкий, однако начальный план перевозок, построенный с его использованием, обычно бывает близок к оптимальному плану, а в некоторых случаях является оптимальным планом.

**Задача 4.** Найти оптимальный план перевозок для транспортной задачи (условие задачи из первого примера).

*Решение*

В качестве начального плана выберем план, найденный по методу минимального элемента.

№	Завод 1	Завод 2	Завод 3	Завод 4	Предложение
Склад 1	7	8	- 1	+ 2	160
Склад 2	4	5	9	8	140
Склад 3	9	2	+ 3	- 6	170
Спрос	120	50	190	110	

Определим потенциалы заводов и складов, составив систему уравнений  $U_i + V_j = C_{ij}$  для заполненных клеток. Получим 6 уравнений и 7 неизвестных. Если принять  $U_1=0$ , то можно решить систему:

$$\begin{cases} U_1 + V_3 = 1, \\ U_2 + V_1 = 4, \\ U_2 + V_4 = 8, \\ U_3 + V_2 = 2, \\ U_3 + V_3 = 3, \\ U_3 + V_4 = 6. \end{cases} \begin{cases} U_1 = 0, \\ U_2 = 4, \\ U_3 = 2, \\ V_1 = 0, \\ V_2 = 0, \\ V_3 = 1, \\ V_4 = 4. \end{cases}$$

Составим разности для свободных клеток:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= U_1 + V_1 - C_{11} = 0 + 0 - 7 = -7, \\ \Delta_{12} &= U_1 + V_2 - C_{12} = 0 + 0 - 8 = -8, \\ \Delta_{14} &= U_1 + V_4 - C_{14} = 0 + 4 - 2 = 2, \\ \Delta_{22} &= U_2 + V_2 - C_{22} = 4 + 0 - 5 = -1, \\ \Delta_{23} &= U_2 + V_3 - C_{23} = 4 + 1 - 9 = -4, \\ \Delta_{31} &= U_3 + V_1 - C_{31} = 2 + 0 - 9 = -7. \end{aligned}$$

Получена положительная разность  $\Delta_{14} = 2$ , значит данное решение не оптимально.

Заполним клетку первой строки и четвертого столбца. Вычеркиваем первый и второй столбцы, т.к. в них оказалось только по одной заполненной клетке. Строим цикл, начинающийся и заканчивающийся в выбранной клетке (1,4). Вершинами цикла являются клетки: (3,4), (3,3), (1,3), на первом месте стоит номер строки, на втором – столбца. В клетке (1,4) ставим «+», в клетке (3,4) «-», в клетке (3,3) «+», в клетке (1,3) «-». Перераспределяем продукцию по циклу.

Перераспределяем продукцию по циклу. Минимальное значение для клеток со знаком «-» находится в клетке (3,4)  $x_{34}=90$ . Отнимаем 90 от значений, стоящих в клетках со знаком «-», и прибавляем к значениям, стоящим в клетках со знаком «+». Получаем новый план перевозок, представленный в следующей транспортной таблице:

№	Завод 1		Завод 2		Завод 3		Завод 4		Предложение
Склад 1		7		8	-	1	+	2	160
					70		90		
Склад 2		4	+	5		9	-	8	140
	120						20		
Склад 3		9	-	2	+	3		6	170
			50		120				
Спрос	120		50		190		110		

Проверим новый план на оптимальность.

$$\begin{cases} U_1 + V_3 = 1, \\ U_1 + V_4 = 2, \\ U_2 + V_1 = 4, \\ U_2 + V_4 = 8, \\ U_3 + V_2 = 2, \\ U_3 + V_3 = 3. \end{cases} \begin{cases} U_1 = 0, \\ U_2 = 6, \\ U_3 = 2, \\ V_1 = -2, \\ V_2 = 0, \\ V_3 = 1, \\ V_4 = 2. \end{cases}$$

Составим разности для свободных клеток:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= U_1 + V_1 - C_{11} = 0 - 2 - 7 = -9, \\ \Delta_{12} &= U_1 + V_2 - C_{12} = 0 + 0 - 8 = -8, \\ \Delta_{22} &= U_2 + V_2 - C_{22} = 6 + 0 - 5 = 1, \\ \Delta_{23} &= U_2 + V_3 - C_{23} = 6 + 1 - 9 = -2, \\ \Delta_{31} &= U_3 + V_1 - C_{31} = 2 - 2 - 9 = -9, \\ \Delta_{34} &= U_3 + V_4 - C_{34} = 2 + 2 - 6 = -2. \end{aligned}$$

Получена положительная разность  $\Delta_{22} = 1$ , значит данное решение не оптимально.

Заполним клетку (2,2). Цикл будет содержать клетки: (2,2), (3,2), (3,3), (1,3), (1,4), (2,4), (2,2). минимальное значение  $x_{24} = 20$  для клеток со знаком «-». Перераспределив продукцию по циклу, получим новый план перевозок, представленный в следующей таблице:

№	Завод 1		Завод 2		Завод 3		Завод 4		Предложение
Склад 1		7		8		1		2	160
					50		110		
Склад 2		4		5		9		8	140
	120		20						
Склад 3		9		2		3		6	170
			30		140				
Спрос	120		50		190		110		

Проверим новый план на оптимальность.

$$\begin{cases} U_1 + V_3 = 1, \\ U_1 + V_4 = 2, \\ U_2 + V_1 = 4, \\ U_2 + V_2 = 2, \\ U_3 + V_2 = 2, \\ U_3 + V_3 = 3. \end{cases} \begin{cases} U_1 = 0, \\ U_2 = 5, \\ U_3 = 2, \\ V_1 = -1, \\ V_2 = 0, \\ V_3 = 1, \\ V_4 = 2. \end{cases}$$

Составим разности для свободных клеток:

$$\Delta_{11} = U_1 + V_1 - C_{11} = 0 - 1 - 7 = -8,$$

$$\Delta_{12} = U_1 + V_2 - C_{12} = 0 + 0 - 8 = -8,$$

$$\Delta_{23} = U_2 + V_3 - C_{23} = 5 + 1 - 9 = -3,$$

$$\Delta_{24} = U_2 + V_4 - C_{24} = 5 + 2 - 8 = -1,$$

$$\Delta_{31} = U_3 + V_1 - C_{31} = 2 - 1 - 9 = -8,$$

$$\Delta_{34} = U_3 + V_4 - C_{34} = 2 + 2 - 6 = -2.$$

Все разности отрицательные, следовательно, получен оптимальный план перевозок.

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} = 0 & x_{12} = 0 & x_{13} = 50 & x_{14} = 110 \\ x_{21} = 120 & x_{22} = 20 & x_{23} = 0 & x_{24} = 0 \\ x_{31} = 0 & x_{32} = 30 & x_{33} = 140 & x_{34} = 0 \end{pmatrix}$$

Оптимальные затраты:

$$S = 50 \times 1 + 110 \times 2 + 120 \times 4 + 20 \times 5 + 30 \times 2 + 140 \times 3 = 1430$$

Заметим, что этот план совпадает с начальным планом, найденным по методу Фогеля.

## Содержание заданий для лабораторных занятий

### Тема 2. Графические методы в коммерческой деятельности

**Задание 1.** Составьте причинно-следственную диаграмму решения проблемы низкого спроса на товар предприятия.

**Задание 2.** Сравните три модели плит, постройте многоугольники конкурентоспособности.

Показатели	Модель для сравнения		
	Bosch HGV	Kaiser HGE	<u>Candy TRIO</u>
Цена	<u>от 14 100 до 15 375 р.</u>	<u>от 25 100 до 25 190 р.</u>	<u>от 35 500 до 57 990 р.</u>
Тип варочной поверхности	газовая	комбинированная	газовая
Кол-во газовых конфорок	4	3	4
Кол-во чугунных конфорок		1	
Решетки конфорок	стальные	чугунные	стальные
Тип духовки	электрическая	электрическая	электрическая

Объем духовки	62 л	58 л	39 л
Тип очистки внутренней поверхности	традиционный	каталитический	традиционный
Функции	Таймер Подсветка духовки	Термостат Таймер Вертел Подсветка духовки	Термостат Таймер Конвекция Подсветка духовки
Гриль	электрический	электрический	электрический
Газ-контроль	плиты	плиты	плиты
Автоподжиг	плиты	плиты	плиты
Защита от детей	+	--	--
Автоматическое отключение	--	--	духовки
Посудомоечная машина	--	--	+
Класс энергопотребления	A	A	A
Цвет	белый	белый, коричневый	белый, нержавеющая сталь
Габариты (ВхШхГ)	85х60х60 см	85х50х60 см	87х60х60 см

**Задание 3.** С помощью метода профилей оцените уровень удовлетворенности потребителей процессом обслуживания на предприятиях.

Результаты потребительской оценки процесса обслуживания (баллы)

Показатели	Этапы процесса обслуживания					
	Вступление в контакт и прием заказа	Оформление заказа	Уточнение и корректировка заказа	Выдача заказа	Завершение контакта	Послепродажное обслуживание
<b>ООО ИЦ «Сатон»</b>						
Вежливость	4,034	3,958	3,869	3,887	4,026	3,990
Индивидуальный подход	4,374	4,290	4,194	4,211	4,365	4,325
Исполнительность	3,978	3,902	3,814	3,833	3,970	3,934
Профессионализм	4,218	4,138	4,045	4,063	4,210	4,172
Оперативность	3,906	3,832	3,745	3,764	3,898	3,863
Надежность	4,503	4,418	4,318	4,335	4,494	4,454
<b>ОАО «Лидер»</b>						
Вежливость	4,106	3,773	3,688	4,146	4,107	4,071
Индивидуальный подход	4,374	4,019	3,929	4,402	4,374	4,335
Исполнительность	4,114	3,781	3,696	4,154	4,115	4,079
Профессионализм	4,349	3,997	3,907	4,380	4,350	4,311

Оперативность	4,001	3,677	3,594	4,046	4,002	3,967
Надежность	4,574	4,204	4,109	4,594	4,575	4,534

### Тема 3. Метод линейного программирования: понятие, построение модели

**Задача 1.** Фабрика изготавливает три вида тканей. Суточные ресурсы фабрики составляют 700 ед. производственного оборудования, 800 ед. сырья и 600 ед. электроэнергии, расходы которых на единицу ткани такие: для оборудования по видам ткани – 2, 3 и 4 ед.; для сырья – 1, 4 и 5 ед.; для электроэнергии – 3, 4 и 2 ед. Цена одного метра ткани первого вида составляет 8 д.е., второго вида – 7 д.е., третьего вида – 6 д.е. Сколько нужно изготовить ткани каждого вида, чтобы прибыль от реализации была наибольшей?

**Задача 2.** При составлении суточного рациона кормления скота можно использовать свежее сено (не более 5 кг), силос (не более 45 кг), сенаж (не более 25 кг) и концентраты (не более 5 кг). Составленный рацион кормления должен обладать определенной питательностью (число кормовых единиц не должно быть ниже 9,8) и содержать питательные вещества: протеин (не менее 940 г), кальций (не менее 65 г), фосфор (не менее 45 г). В таблице приведены данные о содержании указанных компонентов в 1 кг каждого продукта питания и стоимости этих продуктов.

Продукт	Количество кормовых единиц	Протеин (белок), г/кг	Кальций, г/кг	Фосфор, г/кг	Стоимость 1 кг, руб.	Запасы продукта, кг
Силос	0,12	14	1,4	0,4	0,39	45
Сенаж	0,18	38	2,8	1,4	0,36	25
Сено	0,45	67	6,5	2,9	1,04	5
Концентраты	1	79	1,5	3,4	2,09	5
Требования к рациону	9,8	940	65	45		

Составить экономико-математическую модель нахождения оптимального рациона.

**Задача 3.** Имеется условие транспортной задачи по перевозке однородного груза от трех станций отправления  $A$ ,  $B$  и  $C$  в пять пунктов назначения  $П_1$ ,  $П_2$ ,  $П_3$ ,  $П_4$  и  $П_5$ . Запасы груза на станциях, спрос на них в пунктах назначения и стоимость перевозок единицы груза представлены в таблице.

	30	5	25	15	25
50	4	1	2	3	3
20	3	1	5	2	4
30	5	6	1	4	2

Составить экономико-математическую модель плана перевозок грузов, чтобы расходы были минимальными.

#### Тема 4. Графический метод решения задачи линейного программирования

Постройте на плоскости область допустимых решений системы линейных неравенств и найдите максимальное и минимальное значения функций:

1)  $Z = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr}$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 10; \\ x_1 + x_2 \leq 15; \\ x_1 - 3x_2 \leq -2; \\ 3x_1 - 2x_2 \geq -10; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2)  $Z = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{max}$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 21; \\ 5x_1 - 11x_2 \leq 0; \\ x_1 + 3x_2 \geq 15; \\ x_1 - x_2 \geq -6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3)  $Z = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{max}$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2; \\ -2x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 - 2x_2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4)  $Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{min}$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4; \\ 6x_1 + 2x_2 \geq 8; \\ x_1 + 5x_2 \geq 4; \\ x_1 \leq 18; \\ x_2 \leq 3; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5)  $Z = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{max}$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1; \\ 2x_1 + x_2 \leq 2; \\ x_1 - x_2 \geq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6)  $Z = 2x_1 - 3x_2 \rightarrow \text{min}$

$$\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 \leq 20; \\ 2x_1 + x_2 \geq 6; \\ 5x_1 - x_2 \leq 45; \\ x_1 - x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7)  $Z = 4x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr}$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4; \\ 7x_1 + x_2 \geq 7; \\ x_1 + 5x_2 \geq 10; \\ 3x_1 + x_2 \leq 15; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

8)  $Z = -2x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 24; \\ x_1 - x_2 \geq -3; \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 6; \\ 0 \leq x_1 \leq 3; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9)  $Z = 2x_1 - 5x_2 \rightarrow \text{max}$

$$\begin{cases} -4x_1 + 3x_2 \leq 12; \\ x_1 + 2x_2 \geq 8; \\ 0 \leq x_1 \leq 6; \\ 0 \leq x_2 \leq 5. \end{cases}$$

10)  $Z = 3x_1 - 1,5x_2 \rightarrow \text{extr}$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -4; \\ 3x_1 + x_2 \geq 3; \\ x_1 - 2x_2 \leq 5; \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 32; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11)  $Z = 5x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \text{max}$

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - x_3 = 30; \\ -2x_1 + 3x_2 + x_4 = 9; \\ 7x_1 - 3x_2 + x_5 = 21; \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5. \end{cases}$$

#### Тема 5. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования

**Задача 1-7.** Для реализации трех групп товаров коммерческое предприятие располагает тремя видами ограниченных материально-денежных ресурсов в количестве  $b_1, b_2, b_3$  единиц. При этом для продажи первой группы товаров на 1 тыс. руб. товарооборота расходуется ресурса первого вида в количестве  $a_{11}$  единиц, ресурса второго вида – в количестве  $a_{21}$  единиц, ресурса третьего вида – в количестве  $a_{31}$  единиц. Для продажи второй и третьей групп товаров на 1 тыс. руб. товарооборота расходуется соответственно ресурса первого вида в количестве  $a_{12}, a_{13}$  единиц, ресурсов второго вида – в количестве  $a_{22}, a_{23}$  единиц, ресурсов третьего вида – в количестве  $a_{32}, a_{33}$  единиц. Доход от продажи трех групп товаров на 1 тыс. руб. товарооборота составляет соответственно  $c_1, c_2, c_3$  (тыс. руб.).

Определите плановый объем и структуру товарооборота так, чтобы доход торгового предприятия был максимальным.

1)  $a_{11}=3, a_{12}=6, a_{13}=4, a_{21}=2, a_{22}=1, a_{23}=2, a_{31}=2, a_{32}=3, a_{33}=1, b_1=180, b_2=50, b_3=40, c_1=6, c_2=5, c_3=5$ .

2)  $a_{11}=3, a_{12}=2, a_{13}=1, a_{21}=2, a_{22}=1, a_{23}=3, a_{31}=4, a_{32}=2, a_{33}=1, b_1=420, b_2=600, b_3=900, c_1=3, c_2=3, c_3=4$ .

3)  $a_{11}=16, a_{12}=18, a_{13}=9, a_{21}=7, a_{22}=7, a_{23}=2, a_{31}=9, a_{32}=2, a_{33}=3, b_1=520, b_2=140, b_3=810, c_1=8, c_2=6, c_3=4$ .

4)  $a_{11}=4, a_{12}=8, a_{13}=2, a_{21}=3, a_{22}=8, a_{23}=4, a_{31}=12, a_{32}=4, a_{33}=6, b_1=116, b_2=240, b_3=432, c_1=83, c_2=6, c_3=6$ .

5)  $a_{11}=8, a_{12}=10, a_{13}=20, a_{21}=4, a_{22}=13, a_{23}=8, a_{31}=2, a_{32}=18, a_{33}=12, b_1=800, b_2=520, b_3=940, c_1=3, c_2=6, c_3=7$ .

6)  $a_{11}=1, a_{12}=4, a_{13}=0, a_{21}=0, a_{22}=3, a_{23}=1, a_{31}=2, a_{32}=0, a_{33}=5, b_1=36, b_2=50, b_3=80, c_1=6, c_2=16, c_3=25$ .

7)  $a_{11}=17, a_{12}=5, a_{13}=5, a_{21}=8, a_{22}=6, a_{23}=6, a_{31}=4, a_{32}=2, a_{33}=4, b_1=850, b_2=1120, b_3=1060, c_1=8, c_2=7, c_3=4$ .

### Тема 6. Решение транспортной задачи

Исходные данные транспортных задач приведены в таблицах. Составьте план перевозки однородного груза от пунктов производства к пунктам потребления с минимальными суммарными транспортными расходами.

1	Производство					
			210	50	90	150
	Потребление					
	60		5	15	10	9
	110		8	10	9	7
	170		7	6	6	9
	160		11	5	7	12



2	Производство	180	100	40	80
	Потребление				
	50	4	7	10	7
	70	6	7	9	10
	120	5	12	4	3
	140	3	8	8	6

3	Производство	40	130	110	50
	Потребление				
	180	5	3	12	4
	70	2	3	9	5
	20	7	5	9	6

4	Производство	180	320	60	110
	Потребление				
	200	3	6	8	6
	150	4	4	9	12
	90	5	6	7	11
	120	6	7	8	2

5	Производство	50	220	80	110	40
	Потребление					
	200	7	12	18	15	4
	170	8	5	2	11	7
	130	4	2	15	18	13

Ответы:

$$1. X = \begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 110 \\ 150 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 50 & 90 & 20 \end{pmatrix} S=3420.$$

$$2. X = \begin{pmatrix} 40 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 80 \\ 140 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} S=1540.$$

$$3. X = \begin{pmatrix} 0 & 130 & 0 & 50 \\ 40 & 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \end{pmatrix} S=1120.$$

$$4. X = \begin{pmatrix} 180 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 & 0 \\ 0 & 90 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 110 \end{pmatrix} S=2090.$$

$$5. X = \begin{pmatrix} 50 & 0 & 0 & 110 & 40 \\ 0 & 90 & 80 & 0 & 0 \\ 0 & 130 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} S=3030.$$

### Вопросы (тест) для самоконтроля

1. Что является объектом и языком исследования в экономико-математическом моделировании?
  - экономические процессы и специальные математические методы
  - компьютерные программы и языки программирования
  - различные типы производственного оборудования и методы его конструирования
2. Какая задача является задачей линейного программирования?
  - управления запасами
  - составление диеты
  - формирование календарного плана реализации проекта
3. Какая задача является задачей линейного программирования?
  - Задача оптимального использования ресурсов
  - Задача определения оптимального размера заказа
  - Задача оптимального распределения заданий по выпуску однородной продукции
  - Задача оптимального использования мощностей
  - Задача оптимального раскроя материалов
4. Если в задаче линейного программирования допустимое множество не пусто и целевая функция ограничена, то:
  - допустимое множество не ограничено
  - существует хотя бы одно оптимальное решение
  - оптимальное решение не существует
5. Неизвестные в допустимом виде системы ограничений задачи линейного программирования, которые выражены через остальные неизвестные, называются:
  - небазисными
  - базисными
  - свободными
6. Какой из методов целочисленного программирования является комбинированным:
  - метод ветвей и границ
  - симплекс-метод
  - метод Гомори

7. Вычислительная схема метода динамического программирования:
- зависит от способов задания ограничений
  - зависит от способов задания функций
  - связана с принципом оптимальности Беллмана
8. Математической основой методов сетевого планирования является:
- аналитическая геометрия
  - теория электрических цепей
  - теория графов
9. Какую функцию в линейном программировании называют целевой функцией?
- Линейную функцию
  - Только квадратичную функцию
  - Любую линейную функцию, экстремум которой требуется найти
  - Любую функцию
10. Каким свойством обладает вектор-градиент в графическом методе решения задачи линейного программирования?
- Целевая функция принимает постоянное значение для любой точки линии уровня
  - Целевая функция принимает только значение, большее нуля
  - Показывает направление убывания целевой функции
  - Целевая функция принимает нулевое значение
  - Показывает направление возрастания целевой функции
11. Линии уровня и вектор-градиент в графическом методе решения задачи линейного программирования
- Перпендикулярны
  - Параллельны
  - Перпендикулярны или параллельны
  - Совпадают
12. Линии уровня и вектор-градиент в графическом методе решения задачи линейного программирования
- Совпадают
  - Перпендикулярны или параллельны
  - Перпендикулярны
  - Параллельны
13. Когда задача линейного программирования на максимум при решении геометрическим методом не имеет оптимального решения?
- Если линия уровня параллельна какому-либо функциональному ограничению задачи
  - Если область допустимых решений бесконечна
  - Если линия уровня перпендикулярна вектору-градиенту

- Если линия уровня перпендикулярна какому-либо функциональному ограничению задачи
14. Верно ли утверждение, что допустимое решение является оптимальным?
- нет
- да
15. Основными элементами статистического графика являются:
- геометрические знаки
- экспликация графика
- целевая функция
- поле графика
- масштабные ориентиры
16. При построении линейных диаграмм используют масштабные шкалы
- равномерные
- логарифмические
- радиальные
17. Изобразительными знаками в картодиаграммах являются
- точки и штриховка
- круги, квадраты и другие фигуры
18. Известна динамика числа родившихся в целом по стране. Выберите подходящее графическое изображение этого процесса:
- ленточная диаграмма
- столбиковая диаграмма
- статистическая кривая
- картодиаграмма
19. При изображении социально-экономических явлений при помощи картограмм применяются их виды:
- точечные
- фоновые
- знаков-символов
20. При изображении взаимосвязи между факторным и результативным признаками на графике применяются диаграммы
- линейные
- круговые
- фигур-знаков
- столбиковые
21. Гистограмма используется

- для сравнения показателей в динамике
- для характеристики состава совокупности по данному признаку
- для анализа взаимосвязи между признака
- для изображения интервальных рядов распределения
- для изображения изменений во времени

22. Для изображения размещения изучаемого явление по определенной территории строятся

- круговые диаграммы
- фигурные диаграммы
- статистические карты
- структурные диаграммы
- линейные диаграммы

### 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (экзамен)

Фонды оценочных средств, позволяющие оценить уровень сформированности компетенций и результаты освоения дисциплины, представлены следующими компонентами

Код оцениваемой компетенции (или ее части)	Тип контроля	Вид контроля	Количество Элементов, шт.
ПК-2.3	<i>текущий</i>	<i>Тестирование Глоссарий</i>	<i>20 10</i>
	<i>текущий</i>	<i>Тестирование Письменный опрос Глоссарий</i>	<i>10 5 10</i>
	<i>текущий</i>	<i>Тестирование Презентация Глоссарий</i>	<i>20 1 10</i>
	<i>текущий</i>	<i>Устный опрос Тестирование Глоссарий</i>	<i>3 10 10</i>
	<i>текущий</i>	<i>Устный опрос Тестирование Глоссарий</i>	<i>5 10 10</i>
	<i>текущий</i>	<i>Тестирование Письменный опрос Глоссарий</i>	<i>20 7 10</i>
	<i>промежуточный</i>	<i>Компьютерный тест</i>	<i>не менее 80</i>

## 7.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Результаты освоения дисциплины	Оценочные средства (перечень вопросов, заданий и др.)
<p><b>Знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы формализации задач коммерции;</li> <li>• методы оценки деятельности и эффективности коммерческой деятельности;</li> <li>• методы анализа и синтеза механизмов функционирования и управления социально-экономическими системами;</li> <li>• экономико-математические методы;</li> <li>• методы получения и обработки информации для задач коммерции;</li> <li>• суть экспертных процедур и процедур прогнозирования;</li> </ul> <p>методы моделирования и использование моделей в исследовании и проектировании коммерческой деятельности;</p>	<p>1. Что является объектом и языком исследования в экономико-математическом моделировании?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="radio"/> экономические процессы и специальные математические методы</li> <li><input checked="" type="radio"/> компьютерные программы и языки программирования</li> <li><input checked="" type="radio"/> различные типы производственного оборудования и методы его конструирования</li> </ul> <p>2. Какая задача является задачей линейного программирования?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="radio"/> управления запасами</li> <li><input checked="" type="radio"/> составление диеты</li> <li><input checked="" type="radio"/> формирование календарного плана реализации проекта</li> </ul> <p>3. Какая задача является задачей линейного программирования?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Задача оптимального использования ресурсов</li> <li><input type="checkbox"/> Задача определения оптимального размера заказа</li> <li><input type="checkbox"/> Задача оптимального распределения заданий по выпуску однородной продукции</li> <li><input type="checkbox"/> Задача оптимального использования мощностей</li> <li><input type="checkbox"/> Задача оптимального раскроя материалов</li> </ul>
<p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• формализовать задачи коммерческой деятельности;</li> <li>• разрабатывать методы и алгоритмы решения задач коммерческой деятельности;</li> <li>• разрабатывать специальное математическое обеспечение коммерческой деятельности и механизмов принятия решений в коммерческой деятельности;</li> <li>• выбирать средства и рациональные способы автоматизированного решения задач по профессиональным потребностям;</li> </ul>	<p>1. Какой из методов целочисленного программирования является комбинированным:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="radio"/> метод ветвей и границ</li> <li><input checked="" type="radio"/> симплекс-метод</li> <li><input checked="" type="radio"/> метод Гомори</li> </ul> <p>2. Вычислительная схема метода динамического программирования:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="radio"/> зависит от способов задания ограничений</li> <li><input checked="" type="radio"/> зависит от способов задания функций</li> <li><input checked="" type="radio"/> связана с принципом оптимальности Беллмана</li> </ul> <p>3. Математической основой методов сетевого планирования является:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input checked="" type="radio"/> аналитическая геометрия</li> <li><input checked="" type="radio"/> теория электрических цепей</li> <li><input checked="" type="radio"/> теория графов</li> </ul>

**Задание 4.** Составьте причинно-следственную диаграмму решения проблемы текучести кадров на предприятии.

**Задание 5.** На основе данных сайта федеральной государственной статистики <http://www.gks.ru/> постройте диаграммы следующих видов: радиальная, столбиковая, круговая, ленточная, фигурная, гистограмма.

**Задача 6.** Задача оптимального использования ресурсов. Предприятию необходимо изготовить три вида продукции  $P_1, P_2, P_3$  с использованием двух видов ресурсов  $R_1, R_2$ , запасы которых ограничены. Числовые данные задачи иллюстрируются таблицей:

Вид ресурсов	Запас ресурсов	Количество ресурсов на изготовление единицы продукции		
		$P_1$	$P_2$	$P_3$
$R_1$	40	4	4	2
$R_2$	30	3	8	4
Прибыль от реализации 1 ед. продукции, д.е.	-	10	15	12

Составить экономико-математическую модель выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить наибольшую прибыль.

**Имеет практический опыт:**

- разрабатывать методы и алгоритмы интеллектуальной поддержки принятия решений в коммерческой деятельности.

**Задача 1.** Транспортная задача. На двух складах  $A_1$  и  $A_2$  имеется соответственно 11 и 14 ед. однородного груза. Спрос в нем магазинов  $B_1, B_2$  и  $B_3$  равняется соответственно 10, 8 и 7 ед. Эти данные и стоимость перевозок единицы груза от складов к магазинам (обозначенные цифрами в углу клеточек) представлены в таблице:

	10	8	7
11	8 $x_{11}$	6 $x_{12}$	5 $x_{13}$
14	4 $x_{21}$	5 $x_{22}$	7 $x_{23}$

Составить экономико-математическую модель плана перевозок грузов, чтобы расходы были минимальными.

**Задача 2.** Найдем наименьшее значение линейной функции графическим методом.

$$Z = 12x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2; \\ x_1 \geq 1/2; \\ x_2 \leq 3; \\ x_1 - x_2 \leq 0; \\ x_1 \geq 0; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 3.** Определить начальное решение по методу «северо-западного» угла для транспортной задачи.

Четыре завода для производства продукции используют некоторое сырье. Спрос на сырье каждого из заводов соответственно составляет: 120, 50, 190 и 110 ед. Сырье сосредоточено на трех складах. Предложения поставщиков сырья равны: 160, 140 и 170 ед. На каждый завод сырье может завозиться с любого склада. Тарифы перевозок известны и задаются матрицей

$$C = \begin{Bmatrix} 7 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 9 & 8 \\ 9 & 2 & 3 & 6 \end{Bmatrix}$$

## **7.2. Методические рекомендации к определению процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Рабочая учебная программа дисциплины содержит следующие структурные элементы:

- перечень компетенций, формируемых в результате изучения дисциплины с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы (далее – задания). Задания по каждой компетенции, как правило, не должны повторяться.

Требования по формированию задания на оценку ЗНАНИЙ:

- обучающийся должен воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты;
- применяются средства оценивания компетенций: тестирование, вопросы по основным понятиям дисциплины и т.п.

Требования по формированию задания на оценку УМЕНИЙ:

- обучающийся должен решать типовые задачи (выполнять задания) на основе воспроизведения стандартных алгоритмов решения;
- применяются следующие средства оценивания компетенций: простые ситуационные задачи (задания) с коротким ответом или простым действием, упражнения, задания на соответствие или на установление правильной последовательности, эссе и другое.

Требования по формированию задания на оценку навыков и (или) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ:

- обучающийся должен решать усложненные задачи (выполнять задания) на основе приобретенных знаний, умений и навыков, с их применением в определенных ситуациях;
- применяются средства оценивания компетенций: задания требующие многошаговых решений как в известной, так и в нестандартной ситуациях, задания, требующие поэтапного решения и развернутого ответа, ситуационные задачи, проектная деятельность, задания расчетно-графического типа. Средства оценивания компетенций выбираются в соответствии с заявленными результатами обучения по дисциплине.

Процедура выставления оценки доводится до сведения обучающихся в течение месяца с начала изучения дисциплины путем ознакомления их с технологической картой дисциплины, которая является неотъемлемой частью рабочей учебной программы по дисциплине.



В результате оценивания компетенций на различных этапах их формирования по дисциплине студенту начисляются баллы по шкале, указанной в рабочей учебной программе по дисциплине.

### **7.3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Успешность усвоения дисциплины характеризуется качественной оценкой на основе листа оценки сформированности компетенций, который является приложением к зачетно-экзаменационной ведомости при проведении промежуточной аттестации по дисциплине.

#### **Критерии оценивания компетенций**

*Компетенция считается сформированной*, если теоретическое содержание курса освоено полностью; при устных собеседованиях студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний, использует в ответе дополнительный материал; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий, качество их выполнения оценено числом баллов от 86 до 100, что соответствует *повышенному уровню* сформированности компетенции.

*Компетенция считается сформированной*, если теоретическое содержание курса освоено полностью; при устных собеседованиях студент последовательно, четко и логически стройно излагает учебный материал; справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий, качество их выполнения оценено числом баллов от 61 до 85,9, что соответствует *пороговому уровню* сформированности компетенции.

*Компетенция считается несформированной*, если студент при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, не демонстрирует необходимых умений, доля невыполненных заданий, предусмотренных рабочей учебной программой составляет 55 %, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их выполнения оценено числом баллов ниже 61, что соответствует *допороговому уровню*.

#### **Шкала оценки уровня освоения дисциплины**

Качественная оценка может быть выражена: в процентном отношении качества усвоения дисциплины, которая соответствует баллам, и переводится в уровневую шкалу и оценки «отлично» / 5, «хорошо» / 4, «удовлетворительно» / 3, «неудовлетворительно» / 2, «зачтено», «не

зачтено». Преподаватель ведет письменный учет текущей успеваемости студента в соответствии с технологической картой по дисциплине.

*Шкала оценки результатов освоения дисциплины, сформированности компетенций*

Шкалы оценки уровня сформированности компетенции (й)		Шкала оценки уровня освоения дисциплины		
<i>Уровневая шкала оценки компетенций</i>	<i>100 балльная шкала, %</i>	<i>100 балльная шкала, %</i>	<i>5-балльная шкала, дифференцированная оценка/балл</i>	<i>недифференцированная оценка</i>
допороговый	ниже 61	ниже 61	«неудовлетворительно» / 2	не зачтено
пороговый	61-85,9	70-85,9	«хорошо» / 4	зачтено
		61-69,9	«удовлетворительно» / 3	зачтено
повышенный	86-100	86-100	«отлично» / 5	зачтено

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1 Нормативно-правовые документы

1. Гражданский кодекс РФ. Часть вторая [Электронный ресурс] : от 26.01.1996 № 14-ФЗ : (ред. от 01.09.2018) // Консультант Плюс. – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>.
2. О защите конкуренции [Электронный ресурс] : федер. закон от 26.07.2006 № 135-ФЗ : (ред. от 29.07.2017) // КонсультантПлюс. – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>.
3. О рекламе [Электронный ресурс] : федер. закон от 13.03.2006 № 38-ФЗ : (ред. от 31.12.2017) // КонсультантПлюс. – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>.

### 2.Основная литература

2. Хуснутдинов, Р. Ш. Экономико-математические методы и модели [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов по специальности "Мат. методы в экономике" / Р. Ш. Хуснутдинов. - Документ Bookread2. - М. : ИНФРА-М, 2014. - 224 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=430259>.

### 3. Дополнительная литература

3. Партыка, Т. Л. Математические методы [Текст] : учеб. для студентов сред. проф. образования по группе специальностей Информатика и вычисл. техника, для студентов вузов по специальности 080801 "Приклад. информатика (по областям)" / Т. Л. Партыка, И. И. Попов. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М. : ФОРУМ - ИНФРА-М, 2014. - 463 с.

4. Фомин, Г. П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности [Текст] : учеб. для бакалавров вузов по направлению "Экономика" / Г. П. Фомин ; Рос. экон. ун-т им. Г. В. Плеханова. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮРАЙТ, 2014. - 462 с.

5. Экономико-математические методы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов по направлению "Мат. методы в экономике" и др. экон. профилям / А. Н. Гармаш [и др.] ; под ред. А. Н. Гармаша ; Финансовый ун-т при Правительстве РФ. - Документ Bookread2. - М. : Вузов. учеб. [и др.], 2014. - 415 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=416547>.

## **8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет"), необходимых для освоения дисциплины**

### **Интернет-ресурсы**

1. ВООК. RU [Электронный ресурс] : электрон. б-ка. - Режим доступа: <http://www.book.ru/>. - Загл. с экрана.
2. За партой. РУ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://za-partoj.ru/d/econ/econ285.htm>. - Загл. с экрана.
3. Издательский дом Гребенникова [Электронный ресурс]. - Режим доступа: [www.grebennikov.ru](http://www.grebennikov.ru). - Загл. с экрана.
4. Электронная библиотечная система Поволжского государственного университета сервиса [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://elib.tolgash.ru/>. - Загл. с экрана.
5. Электронно-библиотечная система Znanium.com [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/>. - Загл. с экрана.

## **9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Краткая характеристика применяемого программного обеспечения

№ п/п	Программный продукт	Характеристика	Назначение при освоении междисциплинарного курса
1	Microsoft Word	Текстовый процессор, предназначенный для создания, просмотра и редактирования текстовых документов, с локальным применением простейших форм таблично-матричных алгоритмов.	Подготовка студентами докладов и рефератов по представленной тематике, оформления самостоятельных работ
2	Microsoft PowerPoint	Программа подготовки презентаций и просмотра презентаций, являющаяся частью Microsoft Office и доступная в редакциях для	Воспроизведение презентаций, подготовленных студентами в рамках предложенных тем научных докладов и

		операционных систем Microsoft Windows и Mac OS.	рефератов
3	Microsoft Excel	Широко распространенная компьютерная программа. Нужна она для проведения расчетов, составления таблиц и диаграмм, вычисления простых и сложных функций.	Проведение практических занятий, подготовка студентами докладов и рефератов по представленной тематике, решение домашних заданий.

## **10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по междисциплинарному курсу**

### **10.1. Специально оборудованные кабинеты и аудитории**

Реализация программы дисциплины в соответствии с требованиями ФГОС СПО по специальности требует наличие учебного кабинета, укомплектованного специализированной мебелью, техническими средствами обучения, и лаборатории, оснащенной лабораторным оборудованием различной степени сложности

## 11. Примерная технологическая карта дисциплины Экономико-математические методы в коммерческой деятельности

кафедра «Экономика, организация и коммерческая деятельность»

№	Виды контрольных точек	Кол-во контр. точек	Кол-во баллов за 1 контр. точку	График прохождения контрольных точек																Итого	зач. неделя
				Сентябрь (февраль)				Октябрь (март)				Ноябрь (апрель)				Декабрь (май)					
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1	<b>Обязательные:</b>																				
1.1	Посещение лекционного занятия	8	0,5		+		+		+		+		+		+		+	+		4	
1.2	Решение ситуационных и практических задач	12	2		+	+	+		+	+	+		+	+	+		+	+		24	
1.3	Контроль лекционного материала	1	6															+		6	
1.4	Итоговая контрольная работа	1	8																+	8	
Итого																				38	
2	<b>Дополнительные</b>																				
2.1	Коллоквиум	1	10															+		10	
2.2	Текущий контроль знаний в форме письменного опроса или тестирования	4	3			+			+			+					+			12	
Итого																				22	
3	<b>Творческие задания:</b>																				
3.1	Глоссарий	1	10																+	10	
3.2	Участие в конференции	1	20												+					10	
<b>Текущий рейтинг</b>																				20	
4	Промежуточный контроль знаний	1	20										+							20	
<b>Общий рейтинг</b>																					
Зачет / экзамен																					Экзамен

